

Consideraciones para el Análisis de Pavimento Flexible y Rígido Mediante el Elementos Finitos con Aplicaciones de Abaqus

Considerations for Flexible and Rigid Pavement Analysis Using Finite Element Analysis with Abaqus Applications

Vargas-Diaz, S. A., & Acevedo-Pérez, J.V.

Resumen

El método de elementos finitos (MEF) permite analizar estructuras de pavimento en condiciones aproximadas a las de servicio, simulando condiciones de carga y propiedades semejantes a las reales, con el fin de predecir las respuestas mecánicas de la estructura. Este método considera características aproximadas de campo como la geometría y discontinuidades de la estructura, cargas, condiciones de frontera y modelos constitutivos realistas de materiales. En este estudio se presenta la aplicación de estas teorías en la modelación de estructuras de pavimento rígido y flexible, para lo cual Abaqus incluye un módulo de análisis viscoelástico. La teoría de la viscoelasticidad lineal es ampliamente utilizada para caracterizar mezclas asfálticas en virtud de su capacidad de describir la respuesta del material, en este estudio se dan pautas para la obtención de parámetros viscoelásticos expresados en Series de Prony, asimismo, se establece la aplicabilidad de los modelos concrete smeared cracking (CSC) y concrete damaged plasticity (CDP) para determinar la respuesta no elástica y post agrietamiento del concreto. Por otra parte, son presentadas consideraciones para definir la geometría de una estructura de pavimento, el área de contacto llanta-pavimento, las cargas (esfuerzos de contacto), y mallado del modelo.

Palabras clave: Método de Elementos Finitos (MEF), Viscoelasticidad, Concrete Smeared Cracking (CSC), Concrete Damaged Plasticity (CDP), Pavimentos, Abaqus

Abstract

The finite element method (FEM) allows the analysis of pavement structures in conditions approximating service conditions, simulating loading conditions and properties similar to the real ones, in order to predict the mechanical responses of the structure. This method considers approximate field characteristics such as geometry and discontinuities of the structure, loads, boundary conditions and realistic constitutive models of materials. This study presents the application of these theories in the modeling of rigid and flexible pavement structures, for which Abaqus includes a viscoelastic analysis module. The theory of linear viscoelasticity is widely used to characterize asphalt mixtures due to its ability to describe the material response. In this study, guidelines are given to obtain viscoelastic parameters expressed in Prony series, and the applicability of the concrete smeared cracking (CSC) and concrete damaged plasticity (CDP) models to determine the non-elastic and post-cracking response of concrete is established. On the other hand, considerations are presented to define the geometry of a pavement structure, the pavement-tire contact area, the loads (contact stresses), and meshing of the model.

Keywords: Finite Element Method (FEM), Viscoelasticity, Concrete Smeared Cracking (CSC), Concrete Damaged Plasticity (CDP), Pavement, Abaqus

Recibido / Received: 15 Agosto 2019 Aprobado / Approved: 23 Septiembre 2019

Tipo de artículo / Type of paper: Artículo de investigación

Afiliación Institucional de los autores / Institutional Affiliation of authors: Corporación Universitaria Minuto de Dios

Autor para comunicaciones / Author communications: jhon.acevedo@uniminuto.edu

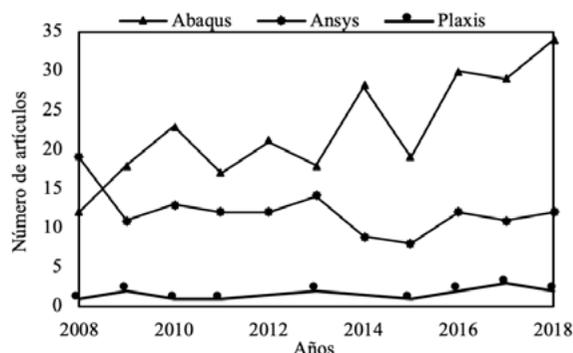
Los autores declaran que no tienen conflicto de interés.

Introducción

EL MEF es un procedimiento numérico utilizado para obtener una solución aproximada de estructuras de ingeniería bajo varios tipos de cargas y condiciones de frontera, generalmente utilizando la rigidez o formulaciones de energía [1]. Las formulaciones de elementos finitos han sido implementadas en programas de computador, en los cuales se crea un modelo de dos o tres dimensiones con la geometría, cargas, materiales y restricciones que tendrá la estructura por analizar. Investigadores de pavimentos han empleado el método de elementos finitos ya sea para validar las respuestas mecánicas de ensayos a escala real en pavimentos o predecir el comportamiento mecánico de un pavimento. Aunque para predecir el desempeño de un pavimento también existe la teoría de multicapa elástica (MCE), la cual es una solución analítica que asume las capas del pavimento como lineales elásticas, carga estática aplicada sobre un área de contacto llanta-pavimento circular y extensión semi-infinita horizontal y vertical del pavimento, Leiva-Padilla et al. [2] determinaron que el porcentaje de error entre las respuestas de diversos programas MCE contra uno de elementos finitos aumenta a medida se agregan condiciones reales de campo, además, el programa de elementos finitos permite considerar la naturaleza viscoelástica de mezclas asfálticas, en este sentido, un estudio de Applied Research Associates Inc. indica que la mayor fuente de error en la predicción de las respuestas del pavimento es por considerar modelos constitutivos inapropiados para los materiales del pavimento [3]. Por otra parte, Uddin et al. indicaron que es cuestionable la aplicación de la teoría MCE para analizar pavimentos bajo carga de ruedas en movimiento, y demostraron la utilidad del MEF para analizar estructuras de pavimento bajo carga dinámica [4], en este sentido, emplear el MEF permite mayor precisión en las respuestas mecánicas de un pavimento dado que permite considerar diferentes tipos de análisis, áreas de contacto llanta-pavimento, la influencia de la velocidad y la temperatura en las respuestas del pavimento y la influencia de la fricción entre las capas del pavimento [5]. Cabe destacar que la aplicación del MEF para el análisis de pavimentos ha incrementado con el tiempo debido a los avances en la capacidad computacional, por ejemplo, en la Fig. 1 es mostrada la cantidad de publicaciones en la base de datos

Scopus relacionadas con investigaciones de pavimentos que emplean diferentes programas de elementos finitos de propósito general (palabras clave empleadas: “Pavement Abaqus”, “Pavement Plaxis” y “Pavement Ansys”), donde se observa que en la última década la cantidad de publicaciones se ha duplicado, siendo el programa de elemento finitos Abaqus el principalmente utilizado.

Figura 1. Artículos publicados por año [2].



Metodología

En este artículo se revisa la teoría y consideraciones para modelar estructuras de pavimento rígido y flexible mediante el MEF, siendo este método una herramienta que considera diferentes condiciones de carga y propiedades de los materiales como la elasticidad, viscoelasticidad, plasticidad, entre otras. Cabe destacar que las consideraciones presentadas en este estudio pueden ser aplicadas en diferentes programas de elementos finitos, a excepción de la manera de ingresar las propiedades viscoelásticas de una mezcla asfáltica en Abaqus. En base a la literatura consultada, y conformada por artículos de investigación, artículos de conferencia, informes técnicos, y libros, cuyas fechas de publicación datan de las últimas dos décadas, se establecen como necesarias las siguientes pautas para el modelado de pavimentos flexibles y rígidos aplicando el MEF: geometría, materiales, condiciones de frontera, cargas y mallado del modelo.

Consideraciones para el análisis de pavimentos

A. Geometría

Para el análisis de estructuras de pavimento mediante el MEF se debe especificar el espacio en que residirá la estruc-

tura dado que pueden ser asignados tres tipos de espacios de modelado: tridimensional (3D), plano bidimensional (2D) y eje de simetría. El enfoque 3D permite definir una estructura en las dimensiones espaciales X, Y, Z siendo posible modelar geometrías o áreas de contacto llanta-pavimento complejas; en el caso 2D se define la geometría del modelo en el plano X-Y, asumiendo que las deformaciones y esfuerzos normales y de corte fuera del plano son iguales a cero; en el caso de eje de simetría se asume que el modelo puede ser representado en coordenadas polares cilíndricas, las coordenadas radial y axial se denotan respectivamente como r y z , las cuales coinciden con las coordenadas cartesianas X e Y [7]; este último enfoque asume la existencia de simetría en las cargas y geometría del modelo, en consecuencia, con este enfoque se modela la mitad de una estructura. Para predecir ahuellamiento en pavimentos flexibles, Abu Al-Rub, R. et al. [8] por medio del programa Abaqus analizaron una estructura de pavimento considerando propiedades elásticas, viscoelásticas, viscoplásticas, entre otras; además, fue modelada la geometría y cargas en espacios 2D y 3D determinando que el modelo 3D permite especificar condiciones de carga más realistas en comparación con el modelo 2D, y que la simulación 2D sobreestima la profundidad del ahuellamiento, no obstante, se reduce el tiempo y demanda computacional (tiempo que demora en analizar la estructura y recursos de memoria y procesador del equipo de cómputo) en comparación con la simulación 3D. Cho, Y. et al. [1] analizaron una estructura de pavimento en Abaqus en espacios 3D, 2D y eje de simetría, los resultados de las simulaciones fueron comparados, estableciendo que el eje de simetría es una buena alternativa siempre y cuando las cargas de tráfico se encuentren lejos de bordes o grietas; además, la simulación con eje de simetría y 2D generan menor costo computacional, sin embargo, la simulación 2D no puede calcular con precisión la respuesta del pavimento bajo cargas vehiculares. Se identifica como ventaja del enfoque 3D, su capacidad para representar geometrías del pavimento y área de contacto llanta-pavimento complejas, con las desventajas que demanda mayor tiempo de modelado, tiempo y demanda computacional para realizar una simulación [9]. La mayor bondad del enfoque 2D y de eje simetría es reducir el tamaño del modelo, en consecuencia, reduciendo la demanda y el tiempo computacional, sacrificando la precisión de los resultados, sin embargo, Applied Research Associates Inc. menciona que las imprecisiones de un modelo 2D son despreciables en comparación a las

imprecisiones ocasionadas por emplear modelos constitutivos que no representan las propiedades de los materiales, por lo tanto, un modelo 2D o de eje de simetría combinado con un modelo constitutivo realista puede ser aceptable para predecir las respuestas de un pavimento [3].

B. Materiales

Para el análisis de pavimentos mediante elementos finitos se pueden utilizar diferentes materiales en una simulación, siendo posible asignar varias propiedades mecánicas al modelo. Los pavimentos al componerse de distintas capas de materiales se deben conocer sus propiedades mecánicas con el fin de entender su posible respuesta bajo cargas vehiculares y ambientales [10]. Una adecuada caracterización de los materiales de un pavimento es indispensable para el análisis y su diseño. En el laboratorio pueden ser obtenidas las propiedades elásticas de las capas granulares que conforman un pavimento, para ello es posible realizar ensayos de módulo resiliente, con el fin de determinar el módulo de elasticidad (E) de cada capa granular [11]. Es necesario resaltar que los materiales granulares son anisotrópicos no lineales, para considerar estas propiedades mediante el MEF se debe realizar la formulación del modelo matemático e implementarlo en un programa de elementos finitos; considerar estas propiedades en un análisis puede aumentar y mejorar la precisión de las respuestas mecánicas del pavimento (esfuerzos, deformaciones y deflexiones) [12]. Por otra parte, para caracterizar las propiedades mecánicas de una mezcla asfáltica (MA), Katicha, S. [13] investigó la aplicabilidad de la teoría de la viscoelasticidad lineal (VEL) a mezclas asfálticas calientes (MAC) mediante ensayos de compresión uniaxial, tracción indirecta, y mediante la aplicación de modelos matemáticos viscoelásticos, demostrando que la teoría VEL es aplicable para describir las respuestas de una MAC sometida a diferentes frecuencias de carga y temperatura. Por lo tanto, las propiedades viscoelásticas de una mezcla asfáltica deben ser tenidas en cuenta para un análisis realista de un pavimento flexible, no obstante, la teoría de la VEL es aplicable a una MA cuando el material es sometido a bajos niveles de esfuerzo y deformación [14]. Un material viscoelástico puede ser representado mediante un modelo mecánico, el cual está formado por resortes y amortiguadores, caracterizados con un E y su viscosidad (η), respectivamente [15]; existen diferentes modelos mecánicos con diferencias en el número y disposición de los resortes y amortiguadores que los conforman,

de los cuales destacan por su capacidad de caracterizar un material viscoelástico el Modelo Generalizado de Maxwell (MGM), cuya representación está dada por resortes y amortiguadores conectados en serie, el Modelo Generalizado de Kelvin (MGK) el cual se representa por resortes y amortiguadores conectados en paralelo, y el Modelo de Burger el cual es un modelo de Maxwell conectado en serie con un modelo de Kelvin [16], [17], (ver Fig. 2).

La respuesta de un material viscoelástico generalmente es caracterizada mediante una función transitoria (módulo de relajación o creep compliance) o una función dinámica (módulo dinámico) [19]. El módulo dinámico de una MA, es la relación entre el esfuerzo aplicado y la deformación causada [ver (1)], y puede ser determinado de acuerdo con AASHTO T 342-11 [20] al aplicar una carga de compresión senoidal (harversiana) a una temperatura de -10, 4.4, 21.1, 37.8 y 54°C y con frecuencias de 0.1, 0.5, 1.0, 5, 10 y 25 Hz para cada una de las temperaturas; se mide la deformación correspondiente a la carga aplicada como también el ángulo de fase (es decir, retraso en la deformación) entre el esfuerzo y la deformación; no obstante, AASTHO TP62 es otro método de ensayo que permite determinar el módulo dinámico.

El asterisco en el módulo dinámico denota que fue medido bajo condiciones de carga y temperatura controladas. Sin embargo, el $E^*(\omega)$ también puede ser expresado en dos componentes en función del ángulo de fase [ver (2)], una componente que representa la parte elástica del material [ver (3)] y otra que representa la parte viscosa [ver (4)], nombradas módulo de almacenamiento y módulo de pérdida, respectivamente [13], descomponer de esta forma el $E^*(\omega)$ facilita el ingreso de las propiedades viscoelásticas de una MA en programas de elementos finitos.

$$E^*(\omega) = \frac{|\sigma^*|}{|\epsilon^*|} \quad (1)$$

Donde:

$|E^*(\omega)|$: módulo dinámico para la frecuencia

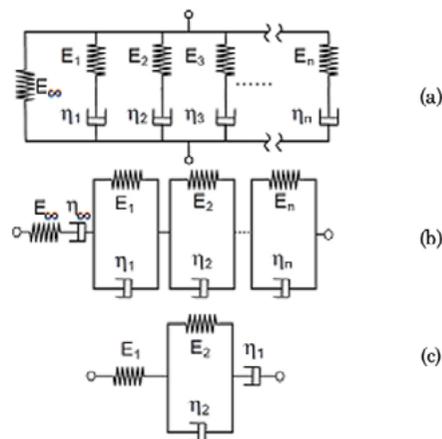
$|\sigma^*|$: magnitud del esfuerzo.

$|\epsilon^*|$: magnitud de la deformación promedio.

ω : frecuencia angular.

$$|E^*(\omega)| = \sqrt{[E'(\omega)]^2 + [E''(\omega)]^2} \quad (2)$$

Figura 2. (a) MGM, (b) MGK y (c) Modelo de Burger. Modificado de [3]



$$E'(\omega) = E^*(\omega) * \cos \delta(\omega) \quad (3)$$

$$E''(\omega) = E^*(\omega) * \sin \delta(\omega) \quad (4)$$

Donde:

$E'(\omega)$: módulo de almacenamiento.

$E''(\omega)$: módulo de pérdida.

$\delta(\omega)$: ángulo de fase

Por otra parte, en una mezcla asfáltica el creep compliance $J(t)$ puede ser determinado mediante un dispositivo de ensayo de tracción indirecta de acuerdo con AASHTO T 322-07. Este es un método para caracterizar materiales viscoelásticos, en el cual un esfuerzo constante es aplicado y se mide la deformación dependiente del tiempo, se debe capturar la respuesta a varios tiempos de deformación. Por otra parte, el módulo de relajación también se utiliza para describir la respuesta viscoelástica de materiales, el cual es la relación entre un esfuerzo dependiente del tiempo y una deformación constante $\epsilon(t)$, el módulo de relajación se debe medir a varios tiempos [15]. No obstante, el módulo de relajación y el creep compliance pueden ser representados a partir del MGM y MGK, respectivamente, tal como se muestra en (5) y (6).

$$E(t) = E_0 + \sum_{i=1}^n E_i(1 - e^{-t/\tau_i}) \quad (5)$$

$$D(t) = D_g + \sum_{i=1}^n D_i(1 - e^{-t/\lambda_i}) \quad (6)$$

Donde:

E_0 : módulo instantáneo.

E_i : módulo de cada resorte de Maxwell.

T_i : tiempo de relajación.

D_g : compliance inicial.

D_i : compliance.

λ_i : tiempo de retardación.

Las expresiones (5) y (6) son conocidas como Series de Prony o Dirichlet. Los datos obtenidos de los ensayos de creep compliance y módulo de relajación pueden ser ajustados con una serie de Prony mediante un método de colocación o mínimos cuadrados [21], del ajuste resultan los parámetros E_i y T_i o D_g y λ_i . Sin embargo, una interconversión es necesaria para convertir el módulo dinámico en Serie de Prony, Baek, J. [18] obtuvo el módulo dinámico y el ángulo de fase a varias temperaturas y frecuencias, y mediante la transformada de Fourier el módulo dinámico fue interconvertido en módulo de relajación, obteniendo las expresiones (7) y (8), los parámetros g_i y τ_i de las series de Prony fueron determinados a través de un ajuste de mínimos cuadrados no lineales (AMCNL) ajustando los datos experimentales al modelo matemático de E(t). Asimismo, al analizar un pavimento compuesto (pavimento rígido con una sobrecapa de MA) Ling, J. et al. [22] asumieron un comportamiento lineal elástico de la subrasante, base y capa de concreto, sin embargo, la sobrecapa de MA la asumieron como viscoelástica lineal. Las propiedades de la MA se obtuvieron mediante el ensayo de modulo dinámico de acuerdo con la AASHTO T 342-11, y los valores de modulo dinámico y ángulos de fase se utilizaron para obtener los parámetros de las series de Prony. Cabe resaltar que, para la interconversión entre funciones de materiales viscoelásticos, Park, S. et al. [23] desarrollaron un método que permite convertir ya sea una función dinámica a una transitoria,

o una función transitoria a otra transitoria (conversión de módulo de relajación a creep compliance y viceversa), el método necesita conocer los parámetros de una serie de Prony. La aplicación de este método puede ser necesario si únicamente se posee acceso a una máquina, por ejemplo, de ensayo de creep para MA y se desea realizar un análisis de elementos finitos, por lo tanto, se necesitan convertir los datos de D(t) a E(t), además, se podría obtener $E'(\omega)$ y $E''(\omega)$.

$$G'(\omega) = G_0(1 - \sum_{i=1}^n g_i) + G_0 \sum_{i=1}^n \frac{g_i \omega^2 \tau_i^2}{1 + \omega^2 \tau_i^2} \quad (7)$$

$$G''(\omega) = \sum_{i=1}^n \frac{g_i \omega \tau_i}{1 + \omega^2 \tau_i^2} \quad (8)$$

$$\omega = 2\pi f \quad (9)$$

Donde:

$G'(\omega)$: módulo de corte de almacenamiento.

$G''(\omega)$: módulo de corte de pérdida.

g_i : parámetro adimensional del módulo de corte.

G_0 : módulo de corte instantáneo.

f : frecuencia en ciclos por segundo.

En Abaqus se representan matemáticamente las propiedades viscoelásticas de un material mediante un módulo de corte y volumétrico, representados en (12) y (13), respectivamente; cada uno expresado en Series de Prony adimensionales derivadas del módulo de relajación de (5) y combinados con (10) y (11) [18].

$$G_R(t) = \frac{E(t)}{2(1 + \nu)} \quad (10)$$

$$K_R(t) = \frac{E(t)}{3(1 + 2\nu)} \quad (11)$$

$$\frac{G_R(t)}{G_0} = 1 - \sum_{i=1}^n g_i(1 - e^{-t/\tau_i}) \quad (12)$$

$$\frac{K_R(t)}{K_0} = 1 - \sum_{i=1}^n k_i(1 - e^{-t/\tau_i}) \quad (13)$$

$$g_i = \frac{G_i}{G_0} \quad (14)$$

$$k_i = \frac{K_i}{K_0} \quad (15)$$

Donde:

$G_R(t), K_R(t)$: módulo de corte y volumétrico, respectivamente.

ν : Relación de Poisson.

k_i : parámetro adimensional del módulo volumétrico.

G_i : módulo de corte y volumétrico de cada resorte de Maxwell.

K_o : módulo volumétrico instantáneo.

Simplificaciones pueden ser hechas al emplear las expresiones (5) y (12) – (15), obteniendo $g_i = k_i$ [25], en Abaqus se ingresan únicamente los valores de g_i y los valores de k_i se deja en blanco o se ingresa cero [7], [26], [27], cabe resaltar que la literatura revisada no se discute el efecto de considerar equivalente el módulo volumétrico con el

cortante, puesto que, físicamente ambos módulos representan propiedades diferentes. Abaqus permite definir un material viscoelástico de diferentes maneras, una de ellas consiste en especificar directamente los parámetros adimensionales de las Series de Prony g_i y τ_i conjuntamente, se deben especificar los valores del módulo elástico instantáneo o de largo plazo, y la relación de Poisson. Varios investigadores han considerado las MA materiales isotrópicos con relación de Poisson constante [8], [18], [24], [28], sin embargo, esta suposición puede dar lugar a imprecisiones en los resultados, puesto que, la relación de Poisson de una MA es dependiente de la temperatura y de la frecuencia de carga [13], [29]. Por otra parte, en el software se pueden introducir los datos del ensayo de creep compliance o del módulo de relajación, con el fin de determinar los parámetros de las Series de Prony mediante un

Tabla 1. Comparación de parámetros de series de prony.

n	Arrieta*		Abaqus		AMCNL	
	g_i	T_i	g_i	T_i	g_i	T_i
1	1,38E-01	6,87E-06	0,99399	1,56E-10	0,0012	1,0E-08
2	1,24E-01	1,60E-05	1,14E-03	4,99E-07	0,2743	1,0E-07
3	1,13E-01	3,75E-05	1,10E-03	1,92E-06	0,2206	1,0E-06
4	9,87E-02	8,75E-05	1,45E-03	9,69E-06	0,2524	1,0E-05
5	7,58E-02	2,04E-04	1,41E-03	5,52E-05	0,1886	1,0E-04
6	4,75E-02	4,78E-04	6,93E-04	3,35E-04	0,0510	1,0E-03
7	2,45E-02	1,12E-03	2,04E-04	2,75E-03	0,0066	1,0E-02
8	1,17E-02	2,61E-03			0,0024	1,0E-01

* Datos tomados de [27]

AMCNL que el programa realiza. Los datos de un ensayo de módulo dinámico, los cuales son dependientes de la frecuencia también pueden ser introducidos en Abaqus; sin embargo, estos deben ser modificados mediante (3) y (4) para obtener la parte real e imaginaria del módulo dinámico, y luego calcular los coeficientes en (16) y (17) [30].

$$\omega R(g^*) = \frac{G''}{G_\infty} \tag{16}$$

$$\omega I(g^*) = 1 - \frac{G'}{G_\infty} \tag{17}$$

Donde:

$\omega R(g^*)$, $\omega I(g^*)$: parte real e imaginaria del módulo de corte.

$G_\infty = G'_{f=0}$; módulo de corte a largo plazo

Arrieta, S [27] realizó un ensayo de tipo dinámico en un polímero y a partir de los datos experimentales obtuvo los parámetros de las Series de Prony. Los datos de módulo dinámico de Arrieta fueron empleados para recalcular a modo de ejemplo los parámetros de las Series de Prony mediante AMCNL con la herramienta Solver de Excel y Abaqus. En primer lugar, los coeficientes $\omega R(g^*)$ y $\omega I(g^*)$ se calcularon e ingresaron en Abaqus, además, se especificaron en las propiedades elásticas, el módulo de almacenamiento de largo plazo y la relación de Poisson. Para determinar los parámetros de Prony en Abaqus se debe seguir la ruta Property Module: Material Manager → Evaluar. En segundo lugar, se determinó el número de términos n de las Series de Prony, el cual no debería ser mayor a $\log_{10}(t_{\max}/t_{\min})$, donde t_{\max} y t_{\min} son el tiempo máximo y mínimo del ensayo, respectivamente [7]. Por lo tanto, para los datos experimentales de Arrieta se emplearon 8 términos de las Series de Prony, cabe destacar que para una MA el número de términos debería ser de 10 a 12 [13]. Se asignaron valores para empezando en ω y aumentando en decenas (décadas) hasta . Se realizó un AMCNL empleando la herramienta Solver de Excel con el fin de minimizar la suma de los errores cuadrados entre los módulos calculados experimentalmente y los obtenidos mediante (7) y (8), además, se

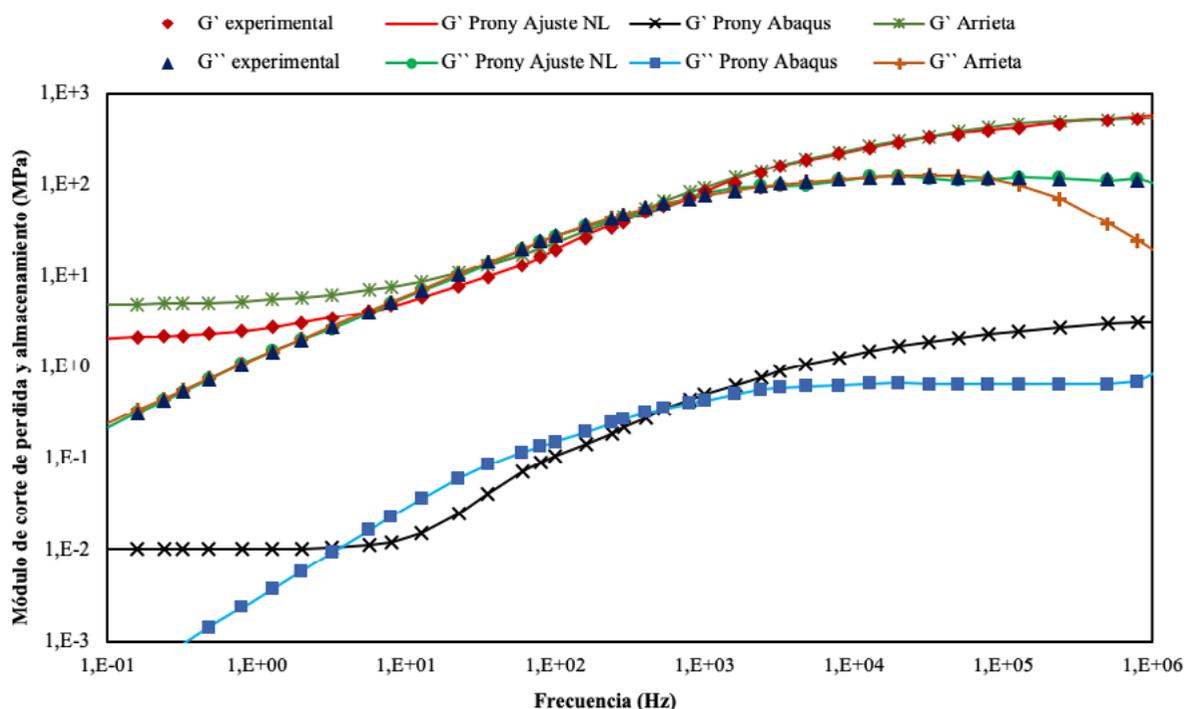
impusieron restricciones positivas y menores a la unidad sobre los coeficientes [13]. La Tabla I contiene los parámetros de las Series de Prony calculados por Arrieta, los obtenidos mediante Abaqus y el AMCNL en Excel; estos parámetros se utilizaron para calcular los módulos $G'(\omega)$ y $G''(\omega)$, además, estos se graficaron con el fin de examinar visualmente la influencia de los parámetros de las Series de Prony en el ajuste de los módulos a los datos experimentales (ver Fig. 3).

De la Fig. 3 se observa que calcular los parámetros adimensionales de las series de Prony mediante un AMCNL es el método que mejor ajusta los modelos matemáticos en (7) y (8) a los datos experimentales. Cabe destacar que al tener un modelo matemático que se ajusta bien a los datos de laboratorio indica que se obtendrán predicciones confiables del análisis con el MEF, esto se ha evidenciado en el análisis de diferentes mezclas asfálticas [14], donde el modelo viscoelástico utilizado es capaz de reproducir la repuesta del material ante diferentes frecuencias de carga. La Tabla II indica la configuración utilizada en una hoja de cálculo de Excel de acuerdo con Dalrymple, T. [31] con el fin de obtener los valores de ω y ξ , donde ξ es un factor de ajuste para cada ω ; No obstante, se deben asignar valores a ω con los cuales la curva se aproxime a los datos experimentales. Es preciso señalar, que en el cálculo de los parámetros g_i y T_i los módulos $E'(\omega)$ y $E''(\omega)$ se convirtieron módulos $G'(\omega)$ y $G''(\omega)$ mediante la expresión en (10). La expresión en (18) ilustra la forma de obtener el error (ϵ) entre los módulos de almacenamiento y pérdida obtenidos en laboratorio (datos experimentales) y los calculados mediante (7) y (8), se estableció como objetivo en Solver con el fin de minimizar su valor cambiando las celdas de ξ (ver Tabla II), de esta forma se obtuvieron los parámetros que mejor ajustan las Series de Prony a los datos de Arrieta.

Tabla 2. Cálculo de series de prony [1].

n	ξ_i		
1	x_1	$= x_1$	1,00E-08
2	x_2	$= (1-(g_1)) * x_2$	1,00E-07
...
7	x_7	$= (1-(g_1 + g_2 + \dots + g_6)) * x_7$	1,00E-02
8	x_8	$= (1-(g_1 + g_2 + \dots + g_6 + g_7)) * x_8$	1,00E-01

Figura 3. Ajuste de Series de Prony a datos experimentales.



$$J = \sum_{i=1}^N \left(1 - \frac{E''_{exp}}{G''(\omega)}\right)^2 + \sum_{i=1}^N \left(1 - \frac{E'_{exp}}{G'(\omega)}\right)^2 \quad (18)$$

Donde:

J: Error entre los resultados experimentales y teórico.

E''_{exp} , E'_{exp} : módulo de pérdida y almacenamiento obtenidos en laboratorio, respectivamente.

Por otro lado, el modelo de Burger también es empleado en investigaciones relacionadas con mezclas asfálticas, puesto que, este es capaz de representar el comportamiento viscoelástico de una MA [32], [33]. Deepa, S. et. al. [14] demostraron a partir de experimentos en diferentes mezclas asfálticas que la respuesta viscoelástica determinada a partir de ensayos de módulo dinámico de acuerdo con la AASHTO TP-79 puede ser predicha utilizando el modelo de Burger. Cabe resaltar de esta investigación que los modelos viscoelásticos utilizados

(MGM y modelo de Burger) fueron capaces de reproducir deformaciones lineales y no lineales, cuyos valores tenían buen acuerdo con la respuesta de las mezclas asfálticas ensayadas en laboratorio. No obstante, Deepa et al. en su estudio deja en claro que se asume un comportamiento viscoelástico lineales de una MA cuando esta es sometida a bajos niveles de es-fuerzo y deformación. Si, C. et. al. [34] realizaron un análisis con el MEF en Abaqus para estudiar la resistencia al ahuellamiento de un pavimento con mezcla asfáltica de alto módulo y compararla con una MA convencional, para simular con precisión el comportamiento viscoelástico de las mezclas asfálticas emplearon el modelo de Burger convirtiendo los parámetros de este modelo en Series de Prony. Resultado del análisis se obtuvieron deformaciones y esfuerzos verticales, verticales cortantes, como también, desplazamientos verticales, cuyos valores eran consistentes con los encontrados la literatura consultada, lo cual evidencia la aplicabilidad el este modelo viscoelástico. En Abaqus se puede definir un material viscoelástico mediante parámetros derivados del módulo de corte, en consecuencia, si se requiere utilizar el modelo de Burger los parámetros de este modelo deben ser convertidos a la Series de

Prony de módulo de corte, como en (12), para su compatibilidad con el software. Kong, J. et. al [33] emplearon la transformada de Laplace y otras ecuaciones para obtener el módulo de corte en términos del modelo de Burger, resultado de la conversión se obtienen las siguientes expresiones (19) – (21).

$$G_B(t) = G_1 \cdot (g_1 \cdot e^{-t/\tau_1} + g_2 \cdot e^{-t/\tau_2}) \quad (19)$$

$$\tau_1 = \frac{1}{\beta}; \quad \tau_2 = \frac{1}{\alpha}; \quad (20)$$

$$g_1 = \frac{G_2 - \beta}{\eta'_2 (\alpha + \beta)}; \quad g_2 = \frac{\alpha - G_2}{\eta'_2 (\alpha + \beta)} \quad (21)$$

Donde:

$G_B(t)$: módulo de corte en términos del modelo de Burger.

G_1, G_2 : módulo de corte en el modelo de Maxwell y Kelvin, respectivamente.

η'_2 : viscosidad de corte en el modelo de Kelvin.

Por lo tanto, g_1, g_2, τ_1 y τ_2 son los parámetros del modelo de Burger que pueden ser introducidos directamente en Abaqus, la obtención de estos parámetros puede ser realizada mediante un AMCNL a los datos experimentales. Por otro lado, se han mencionado anteriormente casos en los cuales aplican con éxito la teoría de la VEL cuyo modelo matemático esta implementado en Abaqus, no obstante, en el software es posible implementar modelos constitutivos más realistas a través de la subrutina de material del usuario (UMAT); de esta manera, Abu Al-Rub, R. et. al. [35] implementaron en Abaqus un modelo viscoplastico-viscoelástico no lineal, para analizar el comportamiento de una MA sometida a varios niveles de esfuerzo y diferentes temperaturas. De igual forma, Abu Al-Rub, R. et al. [8] implementaron en Abaqus un modelo viscoelástico-viscoplastico-daño viscoso, para predecir el desempeño de una MA ante ahuellamiento y compararlo con otros modelos constitutivos. Es

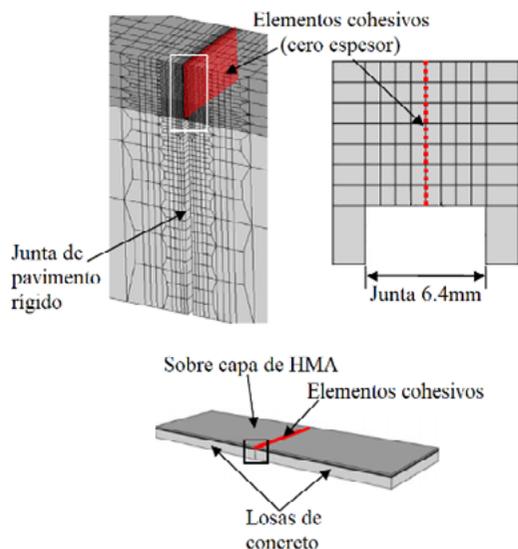
preciso resaltar que es necesario tener conocimientos en el lenguaje de programación Fortran para utilizar el UMAT, además, estos modelos demandan gran capacidad computacional y tiempo para caracterizar una MA.

Abaqus también permite simular agrietamiento de un material por medio de elementos cohesivos, los cuales se insertan en las zonas del modelo donde se espera suceda agrietamiento, generando una zona cohesiva muy delgada de espesor cero [26]. “Los elementos cohesivos se rigen por una ley de separación de tracción (TSL) que describe una fuerza transferible (tracción) entre dos nodos opuestos con respecto al salto de desplazamiento (separación)” [18]. Mostafa A. et al. [9] investigaron el estado del conocimiento acerca del MEF aplicado a pavimentos flexibles incluyendo la simulación del agrietamiento en MA por medio de elementos cohesivos que brinda el software Abaqus, concluyendo que los elementos cohesivos pueden ser usados para determinar el estado de esfuerzos y mecanismos de falla en una MA. Para analizar sistemas intercapa que reduzcan el agrietamiento por reflexión de juntas en una capa de MA colocada encima de un pavimento rígido, Baek, J. et al. [26] crearon una mezcla de arena, y un refuerzo metálico en la interfaz de la MA y el concreto; y adicionalmente, se generó una zona con elementos cohesivos encima de la junta transversal (Fig. 4) para analizar el efecto de los sistemas intercapa, concluyendo que la mezcla de arena, y malla de acero redujeron el área fracturada total en un 29% y 41%, respectivamente. Es preciso mencionar que para utilizar elementos cohesivos en Abaqus, es necesario determinar las propiedades de fractura del material, en el caso de una MA pueden ser aplicados los ensayos disk-shape compact tensión [24] o Semi-Circular Bend [36], los cuales se utilizan para calcular la energía de fractura de mezclas asfálticas.

Por otra parte, la literatura enfocada al análisis de pavimento rígido empleando el MEF con Abaqus [17], [37]–[39] revela que la capa de concreto, capas granulares, y aceros para dovelas y anclajes, por lo general, se caracterizan mediante sus propiedades elásticas (E y ν). No obstante, es posible aplicar modelos de plasticidad para determinar el comportamiento de suelos sometidos a cargas que exceden su límite elástico, en Abaqus es posible elegir entre varios modelos disponibles para este fin [40], [41]. Asimismo, asignar únicamente propiedades

elásticas al concreto conlleva una respuesta simplista que no considera el comportamiento del material después del agrietamiento [42]. Abaqus tiene implementados los modelos concrete smeared cracking (CSC) y concrete damaged plasticity (CDP), los cuales describen el comportamiento inelástico y post agrietamiento del concreto. CDP es un modelo que utiliza conceptos de elasticidad isotrópica dañada, es decir, se tiene en cuenta la degradación del módulo de elasticidad (rigidez) y conjuntamente, combina la plasticidad del material a compresión y tensión para definir el comportamiento inelástico del concreto [43]. Este modelo proporciona la capacidad de analizar estructuras de concreto bajo carga cíclica y/o dinámica y sometidas a bajas presiones de confinamiento, para CDP los principales mecanismos de falla del concreto son agrietamiento por tensión y aplastamiento por compresión [30], lo cual hace este modelo apropiado para analizar la capa de rodadura de un pavimento rígido. La degradación de la rigidez se caracteriza mediante un factor de daño, con valores en el rango de 0 (sin daño) a 1 (completamente dañado), tal como en (22).

Figura 4. Zona de elementos cohesivos en sobrecapa de MA. Modificado de [4]



$$E_d = (1 - d)E_{od} \quad (22)$$

Donde:

E_d, E_{od} : módulo de elasticidad degradado y sin degradar, respectivamente.

d : factor de daño a compresión o a tensión

Jafarifar, N. et. al. [43] realizaron un análisis comparativo de los modelos CSC y CDP, simulando en Abaqus un ensayo de compresión y tensión en un cilindro de concreto, determinado que ambos modelos describen perfectamente el comportamiento elástico y no elástico del concreto, asimismo, los valores de esfuerzo del modelo estuvieron aproximados a los esfuerzos teóricos de la literatura y experimentales. CDP ha sido empleado en investigaciones que tiene como objetivo evaluar la eficiencia de transferencia de carga (LTE) de dovelas en pavimentos rígidos. Keymanesh, M. et. al. [44] analizaron el efecto de diferentes aspectos como coeficientes de fricción entre la dovela y el concreto alrededor, espaciamiento de las dovelas y diámetro de las dovelas en la LTE, para ello emplearon Abaqus y utilizaron el modelo CDP para modelar el concreto y propiedades elásticas para las dovelas; de este estudio se observa la utilidad de aplicar CDP, puesto que, se demostró que el concreto sufre mayor degradación de la rigidez, ocasionando agrietamiento al incrementar el coeficiente de fricción entre las dovelas con el concreto a su alrededor, pasando la dovela de estar completamente unida a tener un movimiento libre, este tipo de resultados no pueden ser obtenidos empleando únicamente propiedades elásticas. De igual forma, Abu, A. et. al. [45] investigaron el efecto de las cargas dinámicas y estáticas impuestas por aviones y combinadas con gradientes de temperatura positivos y negativos, los resultados del análisis con el MEF fueron comparados con resultados medidos en campo del ensayo de FWD, determinando que los resultados estaban dentro de un rango aceptable y concluyendo que una situación crítica de esfuerzos se da con la carga del vehículo combinada con un gradiente térmico positivo. De este estudio es destacable que el CDP permitió examinar los ciclos de tensión-compresión con los cuales se puede ver afectada la resistencia del concreto, permitiendo este análisis tomar medidas que prevengan la degradación del concreto. También, Fei, D. et. al. [46] estudiaron la respuesta mecánica de pavimentos de concreto sometidos a carga de impacto, para ello se realizaron ensayos

a escala real en cuatro tipos de estructuras de pavimento fueron sometidas a cargas estáticas, fueron incorporados sensores en las estructuras para medir esfuerzos y deformaciones; además, realizaron un análisis en Abaqus recreando el escenario experimental, el concreto fue modelado empleando CDP. A partir del análisis de los resultados de esfuerzos y deformaciones del modelo experimental y del MEF encuentran que ambos tienen un error de alrededor del 10%, mostrando que el modelo en elementos finitos puede simular con moderada precisión la situación experimental expuesta.

Para utilizar el CDP se deben definir los factores de daño, puesto que son variables de entrada en Abaqus que tienen efecto significativo en el análisis del concreto [47], y de igual forma las deformaciones inelásticas y de agrietamiento. Los factores y deformaciones se deben obtener a partir de ensayos de tensión y compresión uniaxial en el concreto, la carga de tracción incluye descargas y cargas cíclicas [48]. Además, se deben definir parámetros relacionados con la plasticidad del concreto, la Tabla III ilustra presenta valores para los parámetros para CDP utilizados en la literatura, donde se encontraron mismos valores de los parámetros en diferentes investigaciones, es de resaltar que Abaqus brinda valores por defecto para los parámetros de plasticidad dado el caso que estos no se conozcan experimentalmente.

El modelo CSC se aplica para concreto con solicitaciones de carga monotónicas (es decir, carga que aumenta hasta producir la falla del material) y sometido a bajas presiones de confinamiento, el modelo permite representar el agrietamiento del concreto debido a esfuerzos de tensión y compresión, como

también el comportamiento después del agrietamiento; el agrietamiento se asume como la parte más importante del modelo [53]. Para CSC es necesario llevar a cabo un ensayo de tracción y compresión uniaxial, para determinar las deformaciones plásticas y de agrietamiento en el concreto, con el fin de definir los valores de las relaciones de falla (RF). En la Tabla IV se presentan los valores típicos para las RF obtenidos de la literatura, cabe destacar que este modelo fue el menos empleado en las investigaciones consultadas.

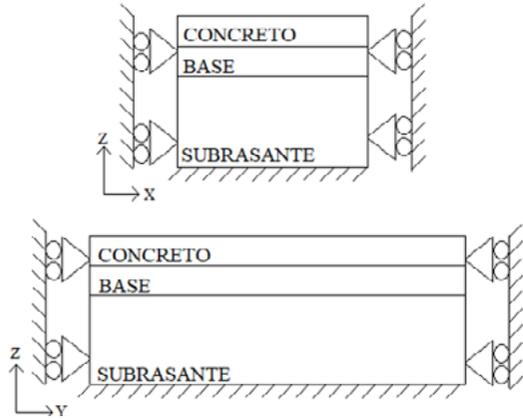
En resumen, las mezclas asfálticas se han considerado como un material viscoelástico lineal, lo cual mejora en la

precisión de los resultados de una simulación, la ventaja de considerar VEL es que programas como Abaqus o Ansys tienen implementado el MGM, con lo cual evita crear un algoritmo para este modelo e implementarlo en el software, además, la VEL tiene la bondad que es de fácil caracterización, debido que es necesario únicamente un ensayo de módulo dinámico para determinar las propiedades de una MA, la desventaja de este modelo es que no tiene la capacidad de predecir las deformaciones plásticas de la MA, las cuales se relacionan con el ahuellamiento [8]. Por otra parte, caracterizar el concreto únicamente como elástico da lugar a resultados simplistas, Abaqus o Ansys tienen implementados modelos de daño para el concreto, como los mencionados antes, con la bondad que permiten predecir de forma más realista las respuestas del concreto, y con la desventaja que estos modelos requieren mayor tiempo de laboratorio para determinar los parámetros de cada modelo.

C. Condiciones de frontera y modelado del contacto

Una condición de frontera es la restricción al desplazamiento y a la rotación de un elemento, es decir, se restringen los grados de libertad. Se debe tener en cuenta que un modelo 3D podrá desplazarse y rotar en 3 direcciones, es decir, tendrá 6 grados de libertad (desplazamiento y rotación en los ejes X, Y, y Z) y en un modelo 2D serán 3 los grados de libertad, 2 desplazamientos y 1 rotación. Al utilizar un software de elementos finitos para modelar una estructura de pavimento se deben analizar los grados de libertad que posee la estructura, con el fin de representar de forma realista las condiciones de campo dentro del software. La Fig. 5 representa las condiciones de frontera en una estructura típica de pavimento rígido, donde se observa que la subrasante se opone al desplazamiento vertical y a la rotación (empotrado), no obstante, los lados laterales de la losa de concreto perpendiculares a la dirección del tráfico están libres, esto con el fin de simular la condición real en la que se permiten la contracción y la expansión del concreto tal como sugieren Sadeghi, V. et. al. [52], y los lados de la losa paralelos a la dirección del tráfico y para las capas granulares se pueden asignar restricciones del tipo rodillo o patín [17].

Figura 5. Condiciones de frontera para un pavimento rígido. Modificado de [52]



Las condiciones de frontera para un pavimento flexible pueden ser definidas con empotramientos en la subrasante y en los lados verticales de la estructura [8], o con patines en los lados verticales y empotramiento en la subrasante [28] (Ver Fig. 5). En un análisis de elementos finitos, las condiciones de contacto son una restricción especial al desplazamiento, en la cual dos o más superficies deben estar en contacto con el propósito de transmitir las cargas de una parte del modelo a otra. Para esta restricción se deben especificar las propiedades de contacto entre superficies como coeficientes de fricción con el fin de considerar los esfuerzos inducidos en la interfaz de los materiales [7]. El contacto entre la base de una MA y la capa granular, y entre capas granulares podría ser asumido con fricción de acuerdo con la Teoría de Mohr Coulomb, no obstante, el contacto entre capas consecutivas de MA puede ser asumido totalmente unido y sin fricción [9]. Asimismo, puede ser tenido en cuenta el contacto entre capa de concreto y base granular, como también, el entrelazamiento de materiales similares (entre las capas de MA) [52]. El coeficiente de fricción entre dos materiales puede ser obtenido a partir de un ensayo de corte directo [54].

D. Cargas

En análisis de pavimentos mediante elementos finitos las cargas son asumidas como estáticas o dinámicas, la primera asume el contexto más desfavorable para un pavimento dado que la carga máxima de un eje o vehículo está siendo aplicada [2], por otra parte, para un análisis

realista las cargas deberían ser dinámicas (dependientes del tiempo) [57]. La dependencia del tiempo puede ser relacionada con la duración de aplicación de la carga, la duración puede ser calculada como en (23) [16], siendo la duración dependiente de la velocidad del vehículo y del radio de contacto de la llanta (valor medio de la cara de la llanta en contacto con el pavimento). Cabe mencionar que las cargas dinámicas permiten considerar la respuesta dependiente del tiempo de una mezcla asfáltica [8].

$$d = \frac{12a}{s} \quad (23)$$

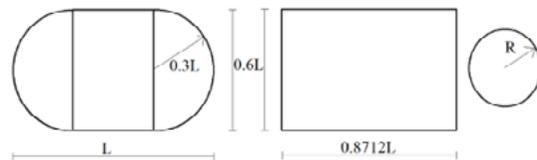
Donde:

d: duración de la carga.

a: radio de contacto de la llanta.

s: velocidad del vehículo

Figura 6. Áreas de contacto [17].



En modelos de elementos finitos las cargas ejercidas por los vehículos han sido representadas como presiones aplicadas en una o varias áreas con forma geométrica regular. Estas formas representan la huella o superficie de contacto llanta-pavimento. En la literatura se evidencia el uso de áreas con forma circular, rectangular y cuadrada, con dimensiones estimadas a partir de las dimensiones de la llanta o de su huella, por lo general, en estas áreas de contacto (*A_c*) es aplicada una presión vertical uniformemente distribuida [17], [22], [26], [54]. La Fig. 6 ilustra las formas geométricas utilizadas para representar el *A_c*; aunque la figura conformada por un rectángulo y dos semicírculos representa el *A_c* más realista [16], emplear la forma rectangular puede ser conservativo dado que las respuestas del pavimento tienden a ser mayores, por el contrario, la forma circular

tiende a subestimar las respuestas [56], lo cual podría ser perjudicial, por ejemplo, en un diseño de pavimentos. Las dimensiones del Ac de la Fig.6 pueden ser definidas mediante (24) y (25) asumiendo la presión de contacto llanta-pavimento igual a la presión de inflado de la llanta [16], sin embargo, en mediciones de campo la presión de contacto ha sido mayor que la presión de inflado [55], por lo tanto, hacer esta suposición podría ocasionar que las respuestas mecánicas del pavimento fueran subestimadas, así que, las limitaciones de estas formulaciones deberían ser consideradas.

Donde:

A_c : Área de contacto.

A_c : Área de contacto circular.

P : Presión de inflado de la llanta.

Q : Carga de una llanta.

R : Radio del .

Los esfuerzos de contacto llanta-pavimento han sido por lo general asumidos como verticales uniformemente distribuidos, sin embargo, estudios han demostrado la presencia de esfuerzos tangenciales de contacto y la no uniformidad de los esfuerzos, estos esfuerzos deberían ser considerados, puesto que, pueden incrementar las respuestas mecánicas en la capa de mezcla asfáltica, sin embargo, considerar estos esfuerzos demanda mayor tiempo de modelado y métodos o tecnologías avanzadas para determinar su magnitud [55], [56]. Lu, Y. et. al. [58] investigaron el efecto de las llantas de un camión mediante un modelo 3D y un análisis dinámico, los resultados indicaron que la capa de rodadura no es únicamente sometida a esfuerzos verticales sino tangenciales, por lo tanto, un análisis de las capas superficiales de un pavimento debería considerar el complejo estado de esfuerzos de contacto llanta-pavimento.

Por otra parte, la carga por temperatura puede ser agregada a un modelo para determinar los esfuerzos y deformaciones causados por ésta. En pavimentos rígidos las condiciones ambientales provocan diferencias de temperatura entre la base y la superficie de las losas de concreto induciendo contracción y expansión ocasionando en las losas esfuerzos de tensión y compresión

[45]. Para realizar este tipo de simulación de un pavimento rígido en Abaqus, Ma, Y. et al. [18] realizaron por separado el análisis para la carga por temperatura y vehicular; la suma de los esfuerzos inducidos en ambos análisis fue el esfuerzo total. De igual forma este tipo de carga puede ser aplicada en pavimentos flexibles, por ejemplo, Si, C. et. al. [44] determinaron el efecto de la temperatura de la superficie del pavimento en la resistencia al ahuellamiento de la mezcla asfáltica, y establecieron esfuerzos y deformaciones térmicos; para este análisis fueron necesarios valores de conductividad térmica, capacidad calorífica y coeficientes de absorción solar de los materiales por analizar. Para un análisis de esfuerzos térmicos los investigadores antes mencionados han calculado o consultado en la literatura los coeficientes de expansión térmica de los materiales, en estos estudios se observa que las respuestas mecánicas de un pavimento se incrementan al considerar esfuerzos térmicos, por tanto, contemplar únicamente carga vehicular puede subestimar las respuestas del pavimento.

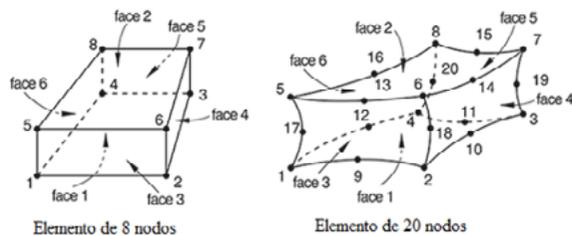
E. Mallado del modelo

El mallar o discretizar consiste en dividir el modelo en subregiones con dimensiones específicas que deben ser determinadas. Un análisis de sensibilidad consiste en establecer el tamaño de los elementos de las subregiones, teniendo en cuenta el balance entre el tiempo de cálculo, la demanda computacional y la precisión en los resultados [59]. Por ejemplo, Chaudhari, S. [53] para un análisis mediante CDP en Abaqus, a partir de un análisis de sensibilidad con tres tamaños de elementos (75mm, 37.5mm y 25mm), determinó que 37.5mm es un tamaño apropiado de las subregiones, puesto que, con este tamaño adquirió resultados aproximados del MEF con los resultados experimentales con menor costo computacional y menor número de subregiones; es una práctica común en las investigaciones con el MEF realizar análisis de sensibilidad con diferentes tamaños de malla para encontrar la densidad óptima con la cual los resultados convergen con menor esfuerzo computacional, este análisis se realiza independientemente si se utiliza viscoelasticidad, CDP o CSC, [32], [53].

El conjunto de subregiones con tamaños reducidos en comparación con el resto de la malla se denomina malla fina y se emplea en las zonas donde se necesita mayor precisión en los resultados, por ejemplo, debajo de las

zonas de carga; una malla gruesa se aplica en áreas de poco interés o alejadas de la zona de aplicación de las cargas para reducir el número de subregiones y ahorrar tiempo de cálculo [2], [18], [28], [38]. Sin embargo, la precisión de la simulación también dependerá del tipo de elemento que use en el mallado, puesto que, en Abaqus existe una librería de elementos, los cuales se diferencian en su forma y en el número de nodos que esta posee, la Fig. 7 ilustra el tipo de elementos utilizados para mallar pavimentos con geometría 3D; se observa que los elementos tienen la misma cantidad de caras pero con diferencia en el número de nodos, al utilizar elementos con 20 nodos (C3D20R) en una simulación, la precisión del resultado aumentará al igual que el tiempo de análisis y demanda computacional, en comparación con el elemento con 8 nodos (C3D8R), sin embargo, C3D8R es el elemento comúnmente utilizado [9], [32], [46].

Figura 7. Tipos de elementos. Modificado de [30].



Conclusiones

El desarrollo de programas de elementos finitos ha sido un aporte significativo para la modelación de pavimentos dado que permiten predecir con precisión las respuestas mecánicas del pavimento simulando de manera realista la geometría y discontinuidades de la estructura, propiedades y susceptibilidad térmica de los materiales, y cargas de los vehículos.

La geometría (3D o 2D), propiedades de materiales, cargas, condiciones de borde y mallado de un modelo son factores que incrementan o reducen la precisión de las respuestas del pavimento. Ha sido establecido que el modelado 3D es el enfoque más realista debido a que permite mayor precisión en las respuestas del pavimento, sin embargo, requiere mayor capacidad computacional y tiempo de cálculo en comparación contra un enfoque

2D, no obstante, un modelo 2D es considerado aceptable dado que permite reducir la demanda computacional y el tiempo de cálculo, y realizar mayor número de simulaciones en comparación con el caso 3D.

Una apropiada caracterización de las propiedades del concreto y mezclas asfálticas, como también la aplicación de las teorías o modelos constitutivos adecuados, tienen un efecto más significativo en la precisión de las respuestas del pavimento calculadas mediante elementos finitos, en tanto que las imprecisiones de la geometría 2D podrían ser despreciables al utilizar modelos constitutivos realistas. Por otra parte, ha sido demostrada la aplicabilidad y buen desempeño de la teoría de la viscoelasticidad lineal para predecir las respuestas mecánicas de mezclas asfálticas. De esta teoría los modelos predictivos más utilizados debido a su precisión son el modelo generalizado de Maxwell y modelo generalizado de Kelvin expresados en Series de Prony, y el Modelo de Burger. Además, la bondad de esta teoría es que las propiedades viscoelásticas lineales de una mezcla asfáltica pueden ser determinadas mediante un ensayo de módulo dinámico o creep, siendo el ajuste de mínimos cuadrados no lineales un método confiable para ajustar los datos experimentales a un modelo predictivo. Por otra parte, para el análisis de pavimentos rígidos puede ser aplicada la teoría elástica lineal para predecir las respuestas mecánicas de la capa de concreto, sin embargo, ha sido demostrado que es más preciso utilizar modelos como Concrete Damage Plasticity o Concrete Smeared Cracking, puesto que, estos modelos describen el comportamiento inelástico y post agrietamiento del concreto, sin embargo, la limitación de estos es el mayor tiempo de laboratorio para determinar los parámetros del modelo.

En análisis de pavimentos, las cargas han sido aplicadas en áreas geométricas regulares, siendo la forma circular la que puede ocasionar respuestas mecánicas menores que las originadas por una forma rectangular, por tanto, es conservativo utilizar la forma rectangular como área de contacto llanta-pavimento. Por lo general, la carga de los vehículos ha sido aplicada como esfuerzos verticales uniformemente distribuidos, sin embargo, la literatura revela que el contacto llanta-pavimento causa incluso esfuerzos tangenciales, y que la distribución de los esfuerzos de contacto es no uniforme, por tanto, aplicar el estado real de los esfuerzos de contacto puede mejorar la precisión de los resultados. Los esfuerzos

de contacto pueden ser considerados como estáticos o dinámicos, el primer escenario se considera crítico para el pavimento debido a que es aplicada la carga máxima, y el segundo es considerado el más realista debido a que contempla la velocidad del vehículo, siendo importante principalmente para las mezclas asfálticas debido a que su respuesta mecánica es dependiente del tiempo de aplicación de las cargas. Por otra parte, para mejorar la precisión de los resultados deberían ser considerados los esfuerzos inducidos por los gradientes de temperatura o su efecto en las propiedades de los materiales, puesto que, el concreto puede experimentar expansión o contracción y las mezclas asfálticas reducción o incremento de su rigidez.

Las condiciones de frontera tienen como objeto representar de forma realista el confinamiento de una estructura. En análisis de pavimentos mediante elementos finitos las condiciones de frontera comunes en la literatura han sido: 1) empotramiento o restricción de todos los grados de libertad de la subrasante, en algunos casos únicamente la parte inferior del modelo, en otros la parte inferior y bordes verticales del modelo; y 2) restricción horizontal del movimiento o tipo patín en las capas diferentes a la subrasante. Sin embargo, un tipo especial de restricción al movimiento es la fricción entre materiales la cual permite considerar los esfuerzos inducidos en las interfaces de los materiales. La fricción puede ser considerada aplicando un coeficiente de fricción de acuerdo con la Teoría de Mohr Coulomb.

El mallado de un modelo de elementos finitos consiste en subdividir el modelo en pequeñas regiones. El tamaño de las subregiones influye en factores como la precisión de los resultados, el tiempo de cálculo y la demanda computacional, por tanto, es recomendado realizar un análisis de sensibilidad buscando el balance entre estos factores y el tamaño de las subregiones. Para el mallado de pavimentos el tipo de elemento utilizado comúnmente es C3D8R debido a su menor cantidad de nodos permitiendo menor tiempo de cálculo y demanda computacional.

Finalmente, la aplicación del método de elementos finitos permite estudiar estructuras de pavimento en condiciones aproximadas de servicio, aplicando situaciones de carga y propiedades semejantes a las reales, con el fin de predecir el las respuestas mecánicas de la estructura.

Agradecimientos

Los autores expresamos nuestro agradecimiento a la Corporación Universitaria Minuto de Dios, Sede Principal, Programa de Ingeniería Civil.

Referencias

- [1] Y.-H. Cho, F. McCullough, and J. Weissmann, "Considerations on Finite-Element Method Application in Pavement Structural Analysis," *Transp. Res. Rec. J. Transp. Res. Board*, vol. 1539, no. 1, pp. 96–101, Jan. 1996, doi: 10.1177/0361198196153900113.
- [2] P. Leiva-Padilla, L. Loría-Salazar, and A. Navas-Carro, "Comparación entre modelación de respuestas de pavimentos flexibles con análisis de multicapa elástica y elemento finito," in *XVI CILA-Congreso Ibero-Latinoamericano del Asfalto*, 2011, pp. 3–14, [Online]. Available: <https://www.lanamme.ucr.ac.cr/repositorio/handle/50625112500/716>.
- [3] Applied Research Associates Inc., "Guide for mechanistic-empirical design of new and rehabilitated pavement structures Appendix RR: Finite element procedures for flexible pavement analysis," Washington D.C., 2004.
- [4] P. J. Yoo and I. L. Al-Qadi, "Effect of Transient Dynamic Loading on Flexible Pavements," *Transp. Res. Rec. J. Transp. Res. Board*, vol. 1990, no. 1, pp. 129–140, Jan. 2007, doi: 10.3141/1990-15.
- [5] O. E. Gungor, I. L. Al-Qadi, A. Gamez, and J. A. Hernandez, "Development of Adjustment Factors for MEPDG Pavement Responses Utilizing Finite-Element Analysis," *J. Transp. Eng. Part A Syst.*, vol. 143, no. 7, p. 04017022, Jul. 2017, doi: 10.1061/JTEPBS.0000040.
- [6] Elsevier B.V., "Scopus preview - Scopus - Welcome to Scopus," *Welcome to Scopus Preview*, 2004. <https://www.scopus.com/home.uri> (accessed Oct. 26, 2020).
- [7] SIMULIA Abaqus, "Abaqus Analysis User's Guide," 2016. [Online]. Available: <http://130.149.89.49:2080/v2016/books/usb/default.htm>.

- [8] R. K. Abu Al-Rub, M. K. Darabi, C.-W. Huang, E. A. Masad, and D. N. Little, “Comparing finite element and constitutive modelling techniques for predicting rutting of asphalt pavements,” *Int. J. Pavement Eng.*, vol. 13, no. 4, pp. 322–338, 2012, doi: 10.1080/10298436.2011.566613.
- [9] M. Elseifi, J. Baek, and N. Dhakal, “Review of modelling crack initiation and propagation in flexible pavements using the finite element method,” *Int. J. Pavement Eng.*, vol. 19, no. 3, pp. 251–263, Mar. 2018, doi: 10.1080/10298436.2017.1345555.
- [10] F. Reyes, *Diseño racional de pavimentos*. CEJA, 2003.
- [11] E. Simonsen and U. Isacsson, “Soil behavior during freezing and thawing using variable and constant confining pressure triaxial tests,” *Can. Geotech. J.*, vol. 38, no. 4, pp. 863–875, Aug. 2001, doi: 10.1139/t01-007.
- [12] M. Kim, E. Tutumluer, and J. Kwon, “Nonlinear pavement foundation modeling for three-dimensional finite-element analysis of flexible pavements,” *Int. J. Geomech.*, vol. 9, no. 5, pp. 195–208, Oct. 2009, doi: 10.1061/(ASCE)1532-3641(2009)9:5(195).
- [13] S. Katicha, “Analysis of Hot-Mix Asphalt (HMA) Linear Viscoelastic and Bimodular Properties Using Uniaxial Compression and Indirect Tension (IDT) Tests,” Virginia Tech, 2007.
- [14] S. Deepa, U. Saravanan, and J. Murali, “On measurement of dynamic modulus for bituminous mixtures,” *Int. J. Pavement Eng.*, vol. 20, no. 9, pp. 1073–1089, Sep. 2019, doi: 10.1080/10298436.2017.1380809.
- [15] E. J. Barbero, “Viscoelasticity,” in *Finite element analysis of composite materials using Abaqus*, 1th ed., London: CRC Press, 2008, pp. 249–280.
- [16] Y. Huang, *Pavement analysis and design*, 2th ed. Kentucky: Pearson Prentice Hall, 2004.
- [17] Y. Ma, H. Kim, I. Kim, and Y.-H. Cho, “Development of a mechanistic-empirical prediction model for joint spalling distress in concrete pavements,” *Constr. Build. Mater.*, vol. 44, pp. 276–286, Jul. 2013, doi: 10.1016/j.conbuildmat.2013.03.029.
- [18] J. Baek, “Modeling reflective cracking development in hot-mix asphalt overlays and quantification of control techniques,” University of Illinois, 2010.
- [19] S. Katicha, G. W. Flintsch, A. Loulizi, and L. Wang, “Conversion of Testing Frequency to Loading Time Applied to the Mechanistic-Empirical Pavement Design Guide,” *Transp. Res. Rec. J. Transp. Res. Board*, vol. 2087, no. 1, pp. 99–108, Jan. 2008, doi: 10.3141/2087-11.
- [20] AASHTO T 342-11, “Standard Method of Test for Determining Dynamic Modulus of Hot-Mix Asphalt Concrete Mixtures,” 2019. [Online]. Available: https://www.techstreet.com/standards/aashto-t-342-11-2019?product_id=1817547.
- [21] N. H. Gibson, C. W. Schwartz, R. A. Schapery, and M. W. Witzczak, “Viscoelastic, Viscoplastic, and Damage Modeling of Asphalt Concrete in Unconfined Compression,” *Transp. Res. Rec. J. Transp. Res. Board*, vol. 1860, no. 1, pp. 3–15, Jan. 2003, doi: 10.3141/1860-01.
- [22] J. Ling, F. Wei, H. Zhao, Y. Tian, B. Han, and Z. Chen, “Analysis of airfield composite pavement responses using full-scale accelerated pavement testing and finite element method,” *Constr. Build. Mater.*, vol. 212, pp. 596–606, Jul. 2019, doi: 10.1016/j.conbuildmat.2019.03.336.
- [23] S. W. Park and R. A. Schapery, “Methods of interconversion between linear viscoelastic material functions. Part I—a numerical method based on Prony series,” *Int. J. Solids Struct.*, vol. 36, no. 11, pp. 1653–1675, Apr. 1999, doi: 10.1016/S0020-7683(98)00055-9.
- [24] J. Baek and I. L. Al-Qadi, “Mechanism of overlay reinforcement to retard reflective cracking under moving vehicular loading,” in *Pavement Cracking Mechanisms, Modeling, Detection, Testing and Case Histories*, 2008, pp. 563–573, doi: 10.1201/9780203882191.
- [25] O. E. Gungor, I. L. Al-Qadi, A. Gamez, and J. A. Hernandez, “In-Situ Validation of Three-Dimensional Pavement Finite Element Models,” in *The Roles of Accelerated Pavement Testing in Pave-*

- ment Sustainability*, Sep. 2016, pp. 145–159, doi: 10.1007/978-3-319-42797-3_10.
- [26] J. Baek and I. L. Al-Qadi, “Finite Element Modeling of Reflective Cracking under Moving Vehicular Loading: Investigation of the Mechanism of Reflective Cracking in Hot-Mix Asphalt Overlays Reinforced with Interlayer Systems,” in *Airfield and Highway Pavements*, Oct. 2008, vol. 329, pp. 74–85, doi: 10.1061/41005(329)7.
- [27] S. Arrieta, J. Diani, and P. Gilormini, “Experimental characterization and thermoviscoelastic modeling of strain and stress recoveries of an amorphous polymer network,” *Mech. Mater.*, vol. 68, pp. 95–103, Jan. 2014, doi: 10.1016/j.mechmat.2013.08.008.
- [28] S. Aarabi and S. A. Tabatabaei, “Viscoelastic analysis of thickness variation of asphaltic pavements under repeated loading using finite element method,” *Int. J. Pavement Eng.*, pp. 1–12, Apr. 2018, doi: 10.1080/10298436.2018.1450504.
- [29] M. Ling, Y. Deng, Y. Zhang, X. Luo, and R. L. Lytton, “Evaluation of complex Poisson’s ratio of aged asphalt field cores using direct tension test and finite element simulation,” *Constr. Build. Mater.*, vol. 261, 2020, doi: 10.1016/j.conbuildmat.2020.120329.
- [30] SIMULIA Abaqus, “Abaqus Theoy Guide,” 2016. [Online]. Available: <http://130.149.89.49:2080/v2016/books/stm/default.htm>.
- [31] T. Dalrymple, “Calibration of Prony series from DMA test data,” 2014. [Online]. Available: <https://r1132100503382-eu1-3dswym.3dexperience.3ds.com/#community:39/post:3684>.
- [32] M. Saleh and M. Ghorban, “Finite Element Modeling of Permanent Deformation in the Loaded Wheel Tracker Test,” *Transp. Res. Rec. J. Transp. Res. Board*, vol. 2641, no. 1, pp. 94–102, Jan. 2017, doi: 10.3141/2641-12.
- [33] J. Kong and J.-Y. Yuan, “Application of linear viscoelastic differential constitutive equation in ABAQUS,” in *2010 International Conference On Computer Design and Applications*, Jun. 2010, vol. 5, pp. V5-152-V5-156, doi: 10.1109/ICCDA.2010.5541456.
- [34] C. Si *et al.*, “Dynamic Response Analysis of Rutting Resistance Performance of High Modulus Asphalt Concrete Pavement,” *Appl. Sci.*, vol. 8, no. 12, p. 2701, Dec. 2018, doi: 10.3390/app8122701.
- [35] R. K. Abu Al-Rub, E. A. Masad, and C.-W. Huang, “Improving the Sustainability of Asphalt Pavements through Developing a Predictive Model with Fundamental Material Properties,” Texas, 2009. [Online]. Available: <http://swutc.tamu.edu/publications/technicalreports/476660-00007-1.pdf>.
- [36] H. Ban, S. Im, Y.-R. Kim, and J.-S. Jung, “Laboratory tests and finite element simulations to model thermally induced reflective cracking of composite pavements,” *Int. J. Pavement Eng.*, vol. 19, no. 3, pp. 220–230, Mar. 2018, doi: 10.1080/10298436.2017.1279491.
- [37] J. Kim and K. Hjelmstad, “Three-Dimensional Finite Element Analysis of Doweled Joints for Airport Pavements,” *Transp. Res. Rec. J. Transp. Res. Board*, vol. 1853, no. 1, pp. 100–109, Jan. 2003, doi: 10.3141/1853-12.
- [38] M. Y. Riad, S. N. Shoukry, G. W. William, and M. R. Fahmy, “Effect of skewed joints on the performance of jointed concrete pavement through 3D dynamic finite element analysis,” *Int. J. Pavement Eng.*, vol. 10, no. 4, pp. 251–263, Aug. 2009, doi: 10.1080/10298430701771783.
- [39] Y. Seo and S.-M. Kim, “Longitudinal cracking at transverse joints caused by dowel bars in Jointed Concrete Pavements,” *KSCE J. Civ. Eng.*, vol. 17, no. 2, pp. 395–402, Mar. 2013, doi: 10.1007/s12205-013-2047-5.
- [40] Y. Li, G. Song, and J. Cai, “Mechanical Response Analysis of Airport Flexible Pavement Above Underground Infrastructure Under Moving Wheel Load,” *Geotech. Geol. Eng.*, 2017, doi: 10.1007/s10706-017-0242-8.
- [41] S. Helwany, “Elasticity and Plasticity,” in *Applied Soil Mechanics: With ABAQUS Applications*, Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2007, pp. 21–82.

- [42] R. Goorchi, M. Mohtadinia, and A. Jafari, “Numerical modeling of reinforced concrete structures with concrete damage plasticity,” in *10th International Congress on Civil Engineering*, 2015, vol. 10, no. January 2018, pp. 1–8, Accessed: Dec. 16, 2019. [Online]. Available: https://en.civilica.com/Paper-ICCE10-ICCE10_0956=Numerical-Modeling-of-Reinforced-Concrete-Structures-with-Concrete-Damage-Plasticity.html.
- [43] N. Jafarifar, K. Pilakoutas, H. Angelakopoulos, and T. Bennett, “Post-cracking tensile behaviour of steel-fibre-reinforced roller-compacted-concrete for FE modelling and design purposes,” *Mater. Construcción*, vol. 67, no. 326, p. 122, Mar. 2017, doi: 10.3989/mc.2017.06716.
- [44] M. Keymanesh, M. Mirshekarian Babaki, N. Shahriari, and A. Pirhadi, “Evaluating the Performance of Dowel in PCC Pavement of Roads using ABAQUS Finite Element Software,” *Int. J. Transp. Eng.*, vol. 5, no. 4, pp. 349–365, Apr. 2018, doi: 10.22119/ijte.2018.47765.
- [45] A. E. Abu, G. M. Hekal, and E. M. Salah, “Modeling of Dowel Jointed Rigid Airfield Pavement under Thermal Gradients and Dynamic Loads,” *Civ. Eng. J.*, vol. 2, no. 2, pp. 38–51, Feb. 2016, doi: 10.28991/cej-2016-00000011.
- [46] D. Fei, Y. Yan, C. Liangcai, T. Yaohong, and W. Xuan-cang, “Mechanical Response of Typical Cement Concrete Pavements under Impact Loading,” *Math. Probl. Eng.*, vol. 2017, pp. 1–13, 2017, doi: 10.1155/2017/2050285.
- [47] Y. Tao and J. F. Chen, “Concrete Damage Plasticity Model for Modeling FRP-to-Concrete Bond Behavior,” *J. Compos. Constr.*, vol. 19, no. 1, p. 04014026, Feb. 2015, doi: 10.1061/(ASCE)CC.1943-5614.0000482.
- [48] V. Birtel and P. Mark, “Parameterised Finite Element Modelling of RC Beam Shear Failure,” in *2006 ABAQUS Users’ Conference*, 2006, pp. 95–108, [Online]. Available: https://www.researchgate.net/publication/266411260_Parameterised_Finite_Element_Modelling_of_RC_Beam_Shear_Failure.
- [49] Y. Sümer and M. Akta, “Defining parameters for concrete damage plasticity model,” *Chall. J. Struct. Mech.*, vol. 1, no. 3, pp. 149–155, 2015, doi: 10.20528/cjsmec.2015.07.023.
- [50] F. Lopez-Almansa, B. Alfarah, and S. Oller, “Numerical simulation of RC frame testing with damaged plasticity model comparison with simplified models,” in *2nd European Conference on Earthquake Engineering and Seismology*, 2014, no. November 2015, pp. 1–12, doi: 10.13140/2.1.3457.2169.
- [51] L. P. Priddy, J. D. Doyle, G. W. Flintsch, D. W. Pittman, and G. L. Anderton, “Three-dimensional modelling of precast concrete pavement repair joints,” *Mag. Concr. Res.*, vol. 67, no. 10, pp. 513–522, May 2015, doi: 10.1680/mac.14.00278.
- [52] V. Sadeghi and S. Hesami, “Investigation of load transfer efficiency in jointed plain concrete pavements (JPCP) using FEM,” *Int. J. Pavement Res. Technol.*, vol. 11, no. 3, pp. 245–252, May 2018, doi: 10.1016/j.ijprt.2017.10.001.
- [53] S. V. Chaudhari and M. A. Chakrabarti, “Modeling of Concrete for Nonlinear Analysis using Finite Element Code ABAQUS,” *Int. J. Comput. Appl.*, vol. 44, no. 7, pp. 14–18, 2012, doi: 10.5120/6274-8437.
- [54] A. El-Desouky, A. Mostafa, S. Easa, and A. O. Abd El Halim, “Modeling shear properties of airport asphalt mixes using different test methods,” in *Pavement Cracking Mechanisms, Modeling, Detection, Testing and Case Histories*, Jul. 2008, pp. 357–365, doi: 10.1201/9780203882191.
- [55] J. A. Hernandez, A. Gamez, I. L. Al-Qadi, and M. De Beer, “Analytical Approach for Predicting Three-Dimensional Tire–Pavement Contact Load,” *Transp. Res. Rec. J. Transp. Res. Board*, vol. 2456, no. 1, pp. 75–84, Jan. 2014, doi: 10.3141/2456-08.
- [56] X. Jiang, C. Zeng, X. Gao, Z. Liu, and Y. Qiu, “3D FEM analysis of flexible base asphalt pavement structure under non-uniform tyre contact pressure,” *Int. J. Pavement Eng.*, vol. 20, no. 9, pp. 999–1011, Sep. 2017, doi: 10.1080/10298436.2017.1380803.

- [57] Y. Sun *et al.*, “Viscoelastic Mechanical Responses of HMAP under Moving Load,” *Materials (Basel)*, vol. 11, no. 12, p. 2490, Dec. 2018, doi: 10.3390/ma11122490.
- [58] Y. J. Lu, L. J. Wang, Q. Yang, and J. Y. Ren, “Analysis of Asphalt Pavement Mechanical Behaviour by Using a Tire-Pavement Coupling Model,” *Int. J. Simul. Model.*, vol. 17, no. 2, pp. 245–256, Jun. 2018, doi: 10.2507/IJSIMM17(2)423.
- [59] L. Li *et al.*, “Investigation of Prony series model related asphalt mixture properties under different confining pressures,” *Constr. Build. Mater.*, vol. 166, pp. 147–157, Mar. 2018, doi: 10.1016/j.conbuildmat.2018.01.120.

Los Autores



Vargas-Diaz S. A

Ingeniero Civil de la Corporación Universitaria Minuto de Dios, (2021). Asistente de laboratorio especializado para el programa de Ingeniería Civil en la Corporación Universitaria Minuto de Dios, Sede Principal. Intereses de investigación en análisis de pavimentos, reología y método de elementos finitos.



Acevedo-Pérez, J. V

Ingeniero Civil de la Universidad Católica de Colombia (2004) e Ingeniero Topográfico (2004), Especialista en Diseño de Vías Urbanas, tránsito y Transporte (2011) y M. Sc. (c) en Ingeniería Civil con Énfasis en Construcción y Hábitat de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Profesor universitario en pregrado y posgrado en varias universidades de Bogotá, desde 2013. Intereses de Investigación en infraestructura vial sostenible. Consultor en pavimentos, diseño geométrico de vías, tránsito y transporte.