Una defensa del realismo científico nominalista. Respuesta a Joseph Melia[1, 2]

A defense of nominalistic scientific realism. Reply to Joseph Melia

Matías Alejandro Guirado[3,4]

Resumen

El realismo científico nominalista limita al campo de las entidades espacio-temporales la creencia en lo inobservable sustentada en el éxito de la ciencia. Esta pretensión exige dar criterios para desligar de la actitud realista a las entidades platónicas, como los números y los espacios vectoriales, comprometidas en la ontología científica. Hartry Field ha sido el primero en tratar de responder a esta exigencia desde una perspectiva sistemática. Su estrategia busca mostrar que las teorías científicas pueden ser nominalizadas, es decir, reformuladas en un lenguaje libre de compromisos ontológicos con objetos matemáticos. Joseph Melia ha cuestionado duramente la solvencia de este proyecto. A su juicio, el nominalismo fieldiano: *i*) nos compromete con objetos arbitrarios y causalmente irrelevantes, *ii*) transgrede la exigencia de parsimonia ontológica y *iii*) carece de recursos suficientes para eliminar la referencia a constantes fundamentales como e y π. En este trabajo doy respuesta a estas objeciones. Primero, ratifico la adecuación nominalista de la metafísica de Field. Luego argumento que la acusación de despilfarro ontológico pierde de vista un importante detalle técnico involucrado en el desarrollo de esa metafísica. Por último, esbozo una técnica para cubrir nominalísticamente la referencia a magnitudes irracionales.

Palabras clave: nominalismo, realismo científico, antiplatonismo matemático, explicación científica, Joseph Melia.

Abstract

Nominalistic scientific realism restricts to the field of spatio-temporal entities the belief in the unobservable underpinned by the success of science. This claim requires giving criteria to decouple from the realistic attitude the Platonic entities committed in scientific ontology; entities such as numbers or vector spaces. Hartry Field has been the first to try to settle this requirement from a systematic point of view. His strategy seeks to show that scientific theories can be completely nominalized, namely, reformulated in a language expunged from commitments to mathematical objects. Joseph Melia has (somewhat harshly) questioned the soundness of this project. In his view, fieldian nominalism: *i*) commits us to arbitrary, causally irrelevant objects, *ii*) violates the requirement

1 Recibido: 29 de julio de 2015. Aceptado: 03 de septiembre de 2015.

2 Este artículo se debe citar: Guirado, Matías. “Una defensa del realismo científico nominalista. Respuesta a Joseph Melia”. *Rev. Colomb. Filos. Cienc.* 15.31 (2015): 31-54.

3 Universidad de Buenos Aires. Correo electrónico: matias.ag@outlook.com

4 Buenos Aires, Argentina.

of ontological parsimony and *iii*) lacks sufficient resources to remove the reference to fundamental constants such as e and π. This paper provides a response to Melia's objections. First, I reaffirm the nominalistic adequacy of Field's metaphysics. Then I argue that the charge of ontological waste misses an important technical detail involved in the development of this metaphysics. Finally, I outline a technique to recover the reference to irrational magnitudes from a nominalistic point of view.

Key words: nominalism, scientific realism, mathematical antiplatonism, scientific explanation, Joseph Melia.

1. Introducción

El realismo científico tradicional cifra el objetivo de la ciencia en la producción de teorías (aproximadamente) verdaderas; es decir, teorías que reflejan con (relativa) precisión los aspectos observable e inobservable del mundo. Esta actitud descansa por lo general en el denominado argumento del no milagro. Este indica que el éxito predictivo de nuestras mejores teorías sería una suerte de milagro o coincidencia cósmica si los postulados acerca de inobservables involucrados en la derivación de sus consecuencias empíricas fueran falsos (o inverosímiles). Ceñida así la intelección del objetivo de la ciencia a la discusión relacionada con el estatuto de las denominadas entidades teóricas (*e.g.*, los electrones), se pierde de vista que la verdad (aproximada) de una teoría científica (en tanto y en cuanto sus *condiciones* de verdad o verosimilitud deban fijarse a partir de la lectura literal de sus oraciones) supone típicamente la existencia de entidades inobservables de nueva factura: las entidades platónicas. Por ejemplo, la afirmación de que un sistema físico dado tiene una temperatura de cuarenta grados centígrados nos compromete ontológicamente con el número 40 y quizá con un mapeo desde objetos físicos hacia números. Pero, si hay cosas tales como números y funciones, entonces se trata de entidades existentes *fuera* del espacio-tiempo. De aquí que la obtención de las condiciones de verdad (o verosimilitud) de cualquier teoría empírica matematizada dependa (en parte) de la existencia de realidades no físicas.

Los platonistas involucrados en el tópico de la matemática aplicada acuden normalmente a una u otra variante del denominado argumento de la indispensabilidad de Quine-Putnam (AI) para tratar de legitimar su actitud (Colyvan)[5]. El meollo de este argumento es que “debemos creer racionalmente

5 Los platonistas suelen atribuir a Frege, Quine y Putnam cierta elaboración inicial de AI. Las referencias habituales son: Frege (§27), Quine (150) y Putnam (347). Dista de ser evidente que estos autores hayan abrazado de hecho una línea de razonamiento análoga al argumento que se les endilga, pero no corresponde discutir aquí este tópico.

en la existencia de objetos matemáticos porque debemos creer en nuestras [...] mejores teorías científicas, y la cuantificación sobre objetos matemáticos es indispensable para la ciencia" (Baker 223). Los supuestos implícitos en las variantes habituales de AI son: *i*) que la explicación de la verdad matemática exige postular entidades abstractas como números y funciones y *ii*) que la explicación de la aplicabilidad científica de la matemática obliga a postular que las teorías matemáticas son verdaderas. Por una parte, el que los términos matemáticos singulares denoten es un requisito para fijar composicionalmente las condiciones veritativas de los teoremas en los que aparecen. Por otra, si las teorías matemáticas fueran (literalmente) *falsas* (en particular, si los términos singulares involucrados en sus axiomas *no* denotaran), entonces su estatuto epistémico quedaría homologado al de cualquier relato ficcional, y su aplicabilidad al mundo real pasaría a constituir una suerte de milagro o coincidencia cósmica.

Para rebatir AI, los antiplatonistas deben mostrar:

i) que es factible dar una intelección antiplatonista de la aplicabilidad e indispensabilidad científica de la matemática, es decir, que puede explicarse la relevancia epistémica de la matemática para la ciencia sin abrazar el platonismo,

O bien,

ii) que no hay aplicaciones científicas *indispensables* de teorías matemáticas, es decir, que nuestras mejores teorías empíricas pueden ser reformuladas en un lenguaje depurado de compromisos con objetos matemáticos.

La segunda alternativa ha sido explorada por Hartry Field en *Science without Numbers* (1980). Allí se propuso reformular la teoría de la gravitación universal de Newton en un lenguaje puramente nominalista, confiando en que, con las modificaciones de rigor, las técnicas empleadas podrían auspiciar la desplatonización de otras teorías importantes. La primera alternativa se ha vuelto dominante en época reciente con base en los trabajos de autores que, o bien juzgaron implausible desarrollar con éxito la estrategia fieldiana (Bueno; Leng; Melia 2000 Yablo), o bien cuestionaron el que los logros parciales que pueda deparar su seguimiento procuren una *refutación* de AI (Balaguer 1998 cap. 5).

Actualmente, la opinión imperante es que el proyecto de Field es inviable; que, para reivindicar su actitud, los nominalistas no tienen más remedio que aceptar el contenido platónico de las teorías científicas y dar algún criterio para restringir la creencia a su contenido nominalista. Tres de los cuestionamientos más sustantivos al proyecto de Field fueron formulados expresamente por Joseph Melia (1998). Allí se sostiene que el método fieldiano para la eliminación de la matemática *i*) implica compromisos con objetos físicos arbitrarios y extrínsecos a los fenómenos, *ii*) conlleva una indeseable proliferación de entidades y *iii*) no cubre la referencia a constantes fundamentales para la física como e y π. Estas preocupaciones son tanto más acuciantes, cuanto que el propio Field pergeñó su propuesta en un intento expreso por sustituir las explicaciones físico-matemáticas por explicaciones intrínsecas, donde "no [se] invoca entidades causalmente irrelevantes para aquello que está siendo explicado" (Field 1989 18) ni envuelve alguna arbitraria elección de escala de medición (Field 1980). De modo que, si se lograra mostrar que las explicaciones nominalistas preservan los rasgos (presumiblemente) indeseables de las explicaciones platónicas tradicionales y que, de hecho, algunos recursos matemáticos se resisten a ser eliminados de la física, cabría concluir que, en rigor, las técnicas fieldianas no garantizan la nominalizabilidad de la ciencia.

En este trabajo doy respuesta a las objeciones de Melia. En la primera sección expongo breve y esquemáticamente el proyecto de Field. Por simplicidad, mi presentación se centrará en la nominalización de las asignaciones de distancia y longitud, en lugar de las asignaciones de temperatura y potencial gravitacional. En la segunda sostengo que en rigor las explicaciones fieldianas no arrastran compromisos con objetos extrínsecos a los fenómenos. En la tercera apelo a un axioma de la teoría de la medición extensiva para subsanar el derroche ontológico que conlleva el tratamiento fieldiano de algunas magnitudes físicas. En la cuarta esbozo una cobertura nominalista para la noción de límite de una sucesión numérica y muestro breve y esquemáticamente cómo aplicar la técnica resultante al número de Euler.

2. El proyecto nominalista de Hartry Field

En *Science without Numbers* (1980), Hartry Field elaboró una sofisticada filosofía antiplatonista de la matemática aplicada. Allí sostiene que las teorías científicas pueden ser nominalizadas, es decir, reaxiomatizadas "de modo tal que no haya referencia a ni cuantificación sobre entidades matemáticas" (Field 1980 viii)[6], y que la nominalización de (alguna parte considerable de) la ciencia importa ipso facto cierta intelección de la aplicabilidad empírica de la matemática. Esta intelección aparece estrechamente ligada a la noción

6 Una teoría N cuenta como nominalización *fieldiana* de una teoría T, si y solo si N no implica compromisos ontológicos con entidades abstractas, N y T son empíricamente equivalentes y comparten además el mismo catálogo de "entidades teóricas". Estos requisitos son esenciales porque, de incumplirse alguno de ellos, no estaríamos forjando una *nominalización* de T; solo estaríamos *sustituyendo* a T por una alternativa nominalista. Esto último podría ensayarse, por ejemplo, aplicando la técnica de reaxiomatización (no recursiva) de las consecuencias observacionales de una teoría científica pergeñada en Craig (1953).

de conservatividad (*conservativeness*). En pocas palabras, una teoría (puramente) matemática M es conservativa con respecto a un cuerpo de oraciones (puramente) nominalistas N, si y solo si, toda consecuencia nominalista de N+M forma parte de la clausura deductiva de N (Field 1985 125). Pero, si M es nominalísticamente conservativa, entonces su estatuto epistémico (en el campo de la ciencia) se agota con el oficio de expediente heurístico para la *simplificación* de las inferencias acuñables en N. En suma, la puesta en juego de la noción de conservatividad implica que "es legítimo usar matemática para extraer conclusiones nominalistas (...) a partir de premisas nominalistas, sin asumir que la matemática usada de este modo es verdadera" (Field 1980 *x*).

Para ilustrar la propuesta de Field, veamos cómo procedió a nominalizar la asignación de valores a magnitudes físicas clásicas (Field 1980 cap. 7). Primero, debemos deshacernos de los predicados platónicos para propiedades cuantitativas, como la temperatura o el potencial gravitacional, y sustituirlos por predicados comparativos, como "más frío que" o "más pesado que", definidos sobre un dominio de entidades nominalísticamente kosher. Las entidades elementales de la ontología fieldiana son los puntos y las regiones espacio-temporales, mientras que las relaciones básicas son las relaciones de congruencia y colinealidad denotadas respectivamente por expresiones del tipo '*ab* ~ *cd*' y '*a* η *bc*'[7]. Adicionalmente, Field incorpora de la teoría de la medición extensiva las operaciones de concatenación (°) y la relación de ordenación ($\geq_N$) de magnitudes físicas[8].

Veamos cómo emplear estos recursos para nominalizar: 'La distancia (lineal) desde Madrid hasta Atenas es de 2371,14 kilómetros'. Para aliviar la exposición, tomemos un objeto w con una longitud de 0,01 kilómetros como unidad de medición. Supongamos que χ y ψ son, respectivamente, los puntos inicial y final del recorrido (lineal) desde Madrid hasta Atenas y que β y γ son, respectivamente, los puntos inicial y final del segmento longitudinalmente pertinente de w. En tal caso, podemos refrendar nominalísticamente la atribución numérica de distancia al par (Madrid, Atenas) con la afirmación de que la longitud de la distancia entre χ y ψ es la misma que la longitud de la secuencia s = *w* ° *w* ° *w* °… ° *w*, donde ° ha sido aplicada a *w* doscientos treinta y siete mil ciento catorce veces. Así, hemos sustituido '*d*(Atenas, Madrid) = 2371,14 kilómetros' (donde '*d*(*a*, *b*) = *z*' se lee: 'la distancia de *a* a *b* es *z*') por 'χψ ~ 237114βγ'. Ciertamente, no nos deshicimos de *todo* vestigio matemá-

7 '*ab* ~ *cd*' se lee: 'la distancia de a a b es la misma que la distancia de *c* a *d*', mientras que '*a* η *bc*' se lee: '*a, b y c* son puntos colineales, y *a* yace entre *b* y *c*'.

8 '°(*a, b, c*)' se lee: 'la longitud de *c* es igual a la longitud de *a* y *b* tomados de manera conjunta', mientras que '*a* $\geq_N$ *b*' se lee: 'la longitud de a es mayor o igual a la longitud de b'.

tico, porque hemos apelado a la expresión '237114βγ'. No obstante, revelamos una serie de interrelaciones físicas subyacentes en las condiciones veritativas de la oración platónica originaria, ya que el número 237114 no aparece ahora como imagen del par (Madrid, Atenas), sino como indicio de la proporción existente entre la longitud de *w* y la longitud de la distancia entre las ciudades. Con esto despejamos el camino para armarnos de paciencia y volcar en todo su esplendor la expresión nominalísticamente kosher acerca de puntos y concatenaciones de puntos que refleja la aplicación de ° sobre w efectuada doscientos treinta y siete mil ciento catorce veces.

Una vez elaborados estos recursos, Field procedió a demostrar que su aparato nominalista preserva los resultados obtenibles con el aparato físico-matemático nominalizado. En el caso de la distancia, se requiere probar la existencia de un mapeo homomórfico Φ desde el dominio E de los puntos espacio-temporales hacia el dominio R de los números reales que garantice que las operaciones y las relaciones nominalistas pertinentes (la operación de concatenación espacial y la relación *ser mayor o igual a en longitud*) preservan los rasgos relevantes de las operaciones y las relaciones platónicas dispensadas (+ y ≥). En rigor, Field demostró que $<E, \geq_N, °>$ es un modelo de los axiomas de la teoría de la medición extensiva de Szczerba-Tarski, si y solo si, hay una función f desde $<E, \geq_N, °>$ hacia $<R, \geq, +>$ tal que:

(i) $a \geq_N b$, si y solo si, $f(a) \geq f(b)$

(ii) $°(a, b, c)$, si y solo si, $f(a) + f(b) = f(c)$.

Este resultado constituye un *teorema* de representación pues garantiza que los números reales pueden ser invocados para representar hechos relativos a distancias entre puntos (y regiones) espacio-temporales.

Field procedió además a delimitar las transformaciones admisibles del homomorfismo pergeñado para establecer el teorema de representación. Una transformación admisible será una operación que garantice que cualquier escala de longitud (o temperatura) aceptable difiere de la escala nominalizada solamente en el tamaño atribuido a la unidad (y, en el caso de la temperatura, en la elección del tamaño del grado y el punto cero de la escala). En rigor, dos homomorfismos Φ y Φ* que mapean puntos y regiones espacio-temporales en (conjuntos pertinentes de) números reales satisfacen (i) y (ii), si y solo si, $\Phi^* = c\Phi$, donde c es una constante multiplicativa. Este resultado constituye un *teorema de unicidad* pues revela los rasgos comunes a *todos* los homomorfismos adecuados para garantizar la representabilidad platónica de los hechos relativos a la longitud (o la temperatura el potencial gravitacional) de los sistemas físicos. De hecho, este teorema *explica* el que las leyes de la geometría euclídea (y, con esto, las leyes relativas a la longitud y la distancia) permanezcan invariantes bajo rotación, reflexión, cambio de origen y multiplicación de las distancias por un factor multiplicativo constante (Field 1980 45). Por ejemplo, sabemos sobre esta base que la escala de medición en centímetros satisface (i) y (ii), si y solo si, (i) y (ii) son igualmente satisfechas por la escala de medición en yardas.

3. El estatuto de las explicaciones intrínsecas

Melia (1998) aduce que algunas explicaciones fieldianas implican compromisos con objetos extrínsecos al *explanandum*. Su argumentación se ciñe al siguiente caso:

> Tomemos en cuenta la bandeja vacía en el escritorio de Joe. Joe nota que puede colocar dos lapiceras similares a lo largo de la bandeja, y que cuando lo hace, no hay espacio entre los extremos de las lapiceras y el borde de la bandeja. (...) ¿Por qué las lapiceras (...) encajan perfectamente dentro de la bandeja? La explicación intuitiva es obviamente ésta: porque la bandeja es doblemente más larga que cada una de las dos (...) lapiceras (1998 65-66).

La nominalización fieldiana de la alegada "explicación intuitiva" arroja:

1. $\exists u\ (u\ \eta\ ab\ \&\ au \sim cd)$

donde *a* y *b* son los extremos longitudinales de la bandeja y *c* y *d* son los extremos longitudinales de una de las lapiceras. La tesis de Melia es que *u* es un objeto ontológicamente dispensable, causalmente irrelevante y arbitrariamente elegido. Veamos cuáles son sus argumentos al respecto.

3.1. La acusación de dispensabilidad ontológica

Según Melia (1998 66), Field (1985 §5) aduce que la estructura del espacio-tiempo es una cuestión empírica, lo cual impide descartar a priori la existencia de "huecos" o "brechas" (*gaps*) en el espacio, algo así como "agujeros" que quedarían en el espacio si uno horadara algunos de sus puntos. Tales "huecos" podrían determinar la ausencia de los puntos adicionales presupuestos a la hora de representar distancias (o longitudes) mediante predicados comparativos fieldianos. Claro que, de concretarse en el caso analizado, esta circunstancia no afectaría (la intelección de) las condiciones espacio-temporales para la aplicación del predicado 'es dos veces más larga que'; solo nos eximiría de un recurso ontológico aparentemente imprescindible para reformular ese predicado al modo fieldiano. En otras palabras, el que *u* no exista no sería un impedimento para que el segmento *ab* sea dos veces más largo que el segmento *cd*; solo sería un óbice para expresar ese hecho en el modo comparativo-nominalista.

Consideremos una línea del espacio isomorfa a los reales, con la salvedad de que le falta un punto en particular *p*. Supongamos que *a* y *b* yacen a ambos lados del agujero *p* [*the hole* p], a la misma distancia de él, y que *cd* es la mitad de largo que *ab*. Aunque no hay nada a mitad de camino entre *a* y *b*, hay puntos *a´*, *b´* y *u´* tales que (i) *a´b´* Cong *ab*[9], (ii) u´ es un punto medio entre a´ y b´ y (iii) a´u´ Cong cd. De (ii) y (iii) se sigue que *a´b´* es dos veces más largo que *cd* y luego de (i) que *ab* es dos veces más largo que *cd*. Pero si el hecho de que *ab* sea dos veces más largo que *cd* puede darse sin que haya un objeto *u* a mitad de camino entre ellos, entonces la existencia de tal objeto no es intrínseca a este hecho (Melia 1998 66). En suma, el que la bandeja sea dos veces más larga que las lapiceras no implica ni requiere de la existencia del punto adicional invocado para representar nominalísticamente ese hecho.

Hay al menos tres respuestas plausibles a esta objeción. En primer lugar, Field podría replicar que si bien (1) no brinda una caracterización intrínseca del hecho en cuestión pues sigue vigente la posibilidad de que u no exista, sí lo hace:

2. $(Scd \circ Scd) \sim Sab$,

donde ‘Sxy’ debe leerse ‘el segmento de recta cuyos extremos son *x* y *y*’. Después de todo, su formulación involucra un predicado comparativo nominalísticamente kosher (‘ser tan largo como’) y los puntos involucrados en su ontología fueron expresamente presupuestos por Melia a la hora de reformular la explicación originaria.

Ciertamente, no es evidente que pueda prescindirse de la cuantificación sobre puntos adicionales en *todos* los casos de nominalización de una asignación platónica de distancia (o longitud). Pero Field podría replicar que, en sentido estricto, tampoco hay motivos fundados para postular la posible existencia de “huecos” en el espacio. De hecho, el planteamiento de Field no solo no abona de manera expresa esa postulación, sino que parece socavarla. La tesis fieldiana es que el tratamiento platónico del espacio no importa ningún plus de consecuencias *empíricamente comprobables* con relación a su contrapartida nominalista (Field 1985 143). Field despliega una jerarquía de teorías para respaldar esta tesitura: P_0, una teoría newtoniana de la gravitación que

9 Melia usa ‘Cong’ para aludir a la relación de congruencia.

no admite una "subteoría conservativa natural" (Field 1985 144)[10]; P_0^-, una versión matemáticamente debilitada de P_0; y N_0, una subteoría nominalista incrustada en P_0^-.

P_0 concibe la estructura del espacio-tiempo sobre un complejo cuatridimensional definido sobre el campo R de los números reales. P_0^- hace lo propio sobre un complejo cuatridimensional definido sobre un campo F alternativo a R. Esto hace suponer que P_0 y P_0^- tienen modelos (intuitivos) no isomorfos (Field 1985 134-135 y 143)[11]. Principio de caridad mediante, es dable atribuir a Melia la pretensión de fundamentar en consideraciones de este tenor la postulación de "huecos" en el espacio. Esta postulación puede reflejarse fieldianamente en la afirmación de que hay *algún* elemento de R^4 (el dominio de los cuádruplos de números reales) al que *no* le corresponde un punto espacio-temporal en un complejo cuatridimensional definido sobre F^4 (el dominio de los cuádruplos de elementos de F). Sin embargo, esta afirmación no otorga ninguna plausibilidad a la pretensión de Melia. En rigor, y Field es explícito al respecto, solo se sigue de este planteamiento que P_0 no exhibe ninguna ventaja sustantiva sobre P_0^- (y N_0) en el tratamiento teórico de las propiedades del espacio *experimentalmente medibles*. ¿Por qué? Bueno, porque, en términos prácticos, los cálculos efectuables en F y R, así como las operaciones definibles en estos dominios, son empíricamente equivalentes (Field 1985 143-144)[12]. Por otra parte, R es el dominio invocado de modo explícito en

10 P_0 puede obtenerse de N adicionando los axiomas de la teoría axiomática de conjuntos (TC) y el principio de plenitud según el cual, para todo conjunto de puntos espacio-temporales, hay una región que contiene exactamente esos puntos. Pero N_0 no es una nominalización de P_0, de hecho, no puede haberla, ya que N_0 contiene la aritmética elemental (A) y, en consecuencia, padece las limitaciones expresivas derivadas de los teoremas de Gödel, a la vez que puede usarse el andamiaje matemático de P_0 para modelar N_0 y, así dar una prueba de consistencia relativa. La posibilidad de reconstruir A en N_0 se debe a lo siguiente: presumiblemente, hay una región R tal que R es una clase de puntos discretos yacentes sobre una línea recta y la distancia entre puntos adyacentes es siempre uniforme (Field 1980 65). Además, es relativamente sencillo definir la relación de sucesor y las operaciones de suma y multiplicación en R (Shapiro 1983). Ahora bien, dado que P_0 permite probar la consistencia de N_0 y N_0 no puede probar su propia consistencia (supuesto que sea consistente), hay resultados acerca de N_0 que pueden probarse en P_0 pero no en N_0. En suma, P_0 no es una extensión conservativa de N_0.

11 Dado un campo cerrado del tipo de F, hay un subconjunto S de F^4 tal que $\langle F^4, S\rangle$ es un modelo de Henkin de una versión convenientemente expandida de la teorización de segundo orden acerca de los cuádruplos de números reales (llamemos Q a esa teorización), y cada conjunto de puntos definible en Q (mediante parámetros) tiene una cota superior mínima. En rigor, Q incluye variables para números reales (con un dominio estructurado por los axiomas de campo usuales en la deducción de propiedades algebraicas), cuádruplos de reales y conjuntos de tales cuádruplos. Una extensión conveniente de Q incluye además variables para entidades físicas y una función que las mapea en cuádruplos de reales. Con estos recursos, puede probarse, por ejemplo, la existencia de un cuádruplo de reales que ofician de coordenadas de un punto espacio-temporal con un potencial gravitacional nulo.

12 "[E]s muy difícil imaginar alguna situación en la cual el exceso de contenido que P0 tiene sobre N0 tenga apoyo empírico" (Field 1985 143).

la teoría física para estudiar la estructura del espacio. Así, cabe suponer que la estructura de los reales está plenamente instanciada en el espacio-tiempo y que el usufructo de F es un mero expediente heurístico para forjar un enfoque físico-matemático acerca del espacio que preserve las consecuencias empíricas de P_0 y, a su vez, se preste a ser en efecto nominalizado (ese enfoque es el que emana de P_0^-).

En tercer y último lugar, Field podría simplemente *adoptar* los "huecos" espaciales como sustitutos nominalísticamente kosher de los puntos adicionales presupuestos en su reformulación de las asignaciones platónicas de distancia. De hecho, vimos que el propio Melia alude de manera expresa al agujero *p* ("*the hole* p") para caracterizar una línea recta a la que le "falta" un punto *p* (Melia 1998 66). Pero, si, en el mismo sentido, cabe postular el "hueco" u para dar cuenta de la inexistencia del punto *u*, cabe también apelar a ese "hueco" para explicar fieldianamente el que la bandeja tenga dos veces la longitud de las lapiceras. Claro que, en tal caso, el *u* en cuestión gozaría de un estatuto ontológicamente anómalo pues, como vimos, no hay manera de verificar de manera empírica su existencia ni resulta factible concebir alguna situación pertinente al respecto.

Con todo, es Melia quien debe invertir la carga de la prueba y argumentar que *es* plausible que existan tales huecos y que, supuesto que los haya, *no* se trata de entidades nominalísticamente kosher. Pues, si los hay, cabe presumir que forman parte de la realidad física y que tienen implicancias acerca de la naturaleza del espacio que quizá escapan a la ciencia vigente. En tal caso, no puede descartarse sin más que el "hueco" u forme parte constitutiva de la bandeja, y que se halle justo en medio de ella. De no ser así, se dificultaría fijar las condiciones de identidad de los "huecos" espaciales y vincularlos de manera expresa (como lo hace Melia) a la inexistencia de puntos específicos. Arribamos así al siguiente dilema: si los "huecos" espaciales no gozaran de un estatuto respetable, entonces Melia no estaría racionalmente habilitado a postularlos ni, por derivación, a negar la existencia de un punto como *u*. Pero, si el "hueco" que quedaría en el espacio de no existir el punto *u* gozara de un estatuto respetable, entonces cabría presentarlo como objeto adicional pertinente para la comparación fieldiana del tamaño de la bandeja y el tamaño de las lapiceras.

3.2. La acusación de irrelevancia causal

Melia escribe: "la distancia entre *a* y *b* no depende de si existe el tal *u*, y en particular *u* no causa que *ab* sea dos veces más largo que el segmento *cd*. En tal caso, es difícil ver cómo u puede ser causalmente relevante para el proceso [*sic*] a ser explicado" (1998 66). El principal defecto de este argumento es el querer inferir el carácter extrínseco de *u* a partir de su irrelevancia causal con respecto a la ocurrencia concreta del *explanandum*. Después de *todo*, no cabe pretender que toda explicación (sea intrínseca o no) envuelva únicamente entidades relevantes para la causación del hecho por explicar. La tesis metodológica de Field es que "por debajo de cada explicación extrínseca hay una explicación intrínseca" (1980 44). Pero, como sabemos desde hace tiempo, no toda explicación es una explicación causal o admite ser reformulada como tal (Achinstein 261). De hecho, hay buenos motivos para descartar que la eficacia causal sea siquiera un criterio suficiente para recortar el espectro de una ontología naturalizada (Colyvan cap. 3). Sobre todo cuando lidiamos con explicaciones que comprenden consideraciones estructuralistas acerca de la disposición espacio-temporal de la realidad más que presupuestos metafísicos acerca de poderes en las cosas.

En mi opinión, la correcta delimitación del campo de las explicaciones intrínsecas exige ceñirse al requisito de que solo se aluda en sus premisas a entidades (objetos y relaciones) nominalísticamente kosher. Luego solo cabrá exigir a Field que la adopción de su ontología no conduzca a transgredir los requisitos de relevancia explicativa aprobados por los epistemólogos. Digamos en primer término que una entidad goza de estatuto nominalista, si y solo si, se trata de un punto o región espacio-temporal, de una relación física entre puntos o regiones espacio-temporales o de un objeto extendido en el espacio-tiempo[13].

Lo que –en términos epistemológicos y metodológicos– distingue a estas entidades de las platónicas es que la alusión a estas últimas es un mero expediente heurístico para *nombrar* o *indexar* estados o procesos físicos que involucran a las primeras. Por ejemplo, los especialistas hacen referencia al número ½ para designar el espín de un electrón y aprovechan el sistema de los números racionales para clasificar las partículas fundamentales en virtud de su peculiar momento magnético intrínseco. Pero de esto no se sigue que el número ½ y el sistema de los racionales formen parte de los hechos cuantomecánicos. De hecho, el aislamiento metafísico del mundo platónico permite suponer que, si (*ceteris paribus*) no hubiese cosas tales como objetos matemáticos, la realidad física seguiría siendo exactamente la misma. El motivo, desde luego, es que resulta *prima facie* inconcebible que algo existente fuera del

13 La ontología de Field puede reducirse a una ontología de regiones espacio-temporales: los puntos pueden ser pensados como regiones mínimas (sin partes), mientras que los objetos físicos pueden ser identificados con las regiones que ocupan.

espacio-tiempo pueda alterar o condicionar el decurso de los acontecimientos espacio-temporales. Por contraposición, la ciencia predice que, si no hubiese cosas tales como puntos espacio-temporales o electrones, entonces no habría una realidad física, o que, de haberla, sería diametralmente diferente a como la conocemos.

Una objeción a esta última tesitura podría ser que los puntos espacio-temporales, a diferencia de los planetas y las partículas, no gozan de poderes causales. Pero Field (1984 §3) ofrece buenos argumentos para pensar lo contrario. Estos implican una intelección del estatuto del espacio-tiempo basada en la teoría (clásica) de campos (CC). Según la CC, el espacio-tiempo es un sustrato de inherencia de magnitudes como el electromagnetismo y el potencial gravitacional, mientras que un campo viene especificado por una asignación de valores de magnitudes de ese tenor a puntos espacio-temporales. Pero las propiedades de campo (e.g., las electromagnéticas) son, a todas luces, propiedades causales, con lo cual los puntos espacio-temporales, *qua* portadores de las mismas, pueden ser vistos como agentes de procesos causales. En rigor, la CC "emplea predicados causales que se aplican directamente a regiones del espacio-tiempo", de modo que su adopción no involucra "la aceptación de una ontología extra más allá del espacio-tiempo y la materia ordinaria" (Field 1984 183; énfasis removido).

Esta consideración permite restituir la causalidad a la intelección nominalista de la noción de relevancia explicativa (intrínseca) sin incurrir en el desatino filosófico-metodológico de exigir que las entidades involucradas en el *explanans* desempeñen un papel causal relevante para la ocurrencia del *explanandum*. Decimos que u ostenta un estatuto ontológicamente *intrínseco* en la *explicación* del hecho de que las lapiceras encajen a la perfección en la bandeja −aun cuando no tenga un papel *causal* en particular relevante para la *ocurrencia* de ese hecho− porque *u* forma parte constitutiva de la bandeja y, presumiblemente, interviene en la determinación de algunas propiedades físicas de las lapiceras (e.g., su potencial gravitacional y su momento electromagnético). Ahora bien, dado que los puntos espacio-temporales son las entidades *básicas* de la ontología de Field, cabe concluir que todas las explicaciones fieldianas implican o presuponen la existencia de un nexo metafísicamente fuerte (por constitución y causación) entre las entidades mencionadas en el *explanans* y el hecho aludido en el enunciado *explanandum*.

3.3. La acusación de arbitrariedad

Resta evaluar en esta sección la acusación de que *la elección* de *u* es arbitraria. Melia escribe:

> (...) hay muchas oraciones que son equivalentes a '*ab* es dos veces más largo que *cd*'. '∃*u* (*u* Bet[14] *ab* & *au* Cong *ub* & *ub* Cong *cd*)' es solo una de ellas. '∃*u* (c Bet *ud* & *uc* Cong *cd* & *ud* Cong *ab*)', '∃*u* (*d* Bet *uc* & *ud* Cong *cd* & *uc* Cong *ab*)', '∃*u* ∃*x* ∃*y* (*xy* Cong *cd* & *u* Bet *xy* & *xu* Cong *yu* & *xu* Cong *cd*)' son todas oraciones que son verdaderas cuando *ab* es dos veces más largo que *cd*. Cualquiera de éstas podría haber sido utilizada igualmente bien para expresar el hecho de que la distancia entre *a* y *b* es dos veces la distancia entre c y d. (...) Cuál *u* mencionamos en nuestra explicación es un asunto arbitrario (1998 66-67).

Melia ofrece tres reformulaciones de la oración originaria (por conveniencia, las denomino F1, F2 y F3), invocando en cada caso diversos modos de vinculación (pero no así diferentes relaciones) entre las mismas entidades básicas (los puntos *a*, *b*, *c*, *d*). F3 ('∃*u* ∃*x* ∃*y* (*xy* Cong *cd* & *u* Bet *xy* & *xu* Cong *yu* & *xu* Cong *cd*)') tiene dos variables adicionales (*x* y *y*). Pero esta innovación es completamente innecesaria, porque el segmento *xy* es presentado como un segmento congruente con *cd*, con lo cual, en términos comparativos-nominalistas, no puede cumplir ningún papel que no desempeñe el segundo. Por otra parte, *xy* no forma parte de la ontología de fondo presupuesta en la explicación nominalista originaria pues no forma parte de la bandeja ni de las lapiceras. Por lo tanto, cabe descartar la aceptabilidad nominalista de F3.

F1 ('∃*u* (*c* Bet *ud* & *uc* Cong *cd* & *ud* Cong *ab*)') y F2 ('∃*u* (*d* Bet *uc* & *ud* Cong *cd* & *uc* Cong *ab*)') comparten la estructura lógica y la ontología básica de F; lo que las distingue de esta es la elección del punto adicional necesario para comparar el largo de la bandeja (la longitud del segmento *ab*) y el largo de las lapiceras (la longitud del segmento *cd*). En F1, '*u*' alude a un punto colineal a *c* y *d* tal que *u* y *d* conforman los extremos de un segmento que tiene a *c* como punto central. El segmento *ud* constituye en este caso el equivalente comparativo-nominalista de *ab*. En cambio, '*u*' alude en F2 a un punto colineal a *c* y *d* tal que *u* y *c* conforman los extremos de un segmento lineal que tiene a *d* como punto central. En este caso, *uc* oficia como equivalente comparativo-nominalista de *ab*.

Lo que necesito ahora es un criterio metodológico que me habilite a optar por F en detrimento de F1 y F2 y, por esta vía, eludir la acusación de arbitrariedad. La opción natural al respecto es abrazar el *criterio nominalista de relevancia explicativa intrínseca* (CNR), es decir, la exigencia de que la explicación de un hecho solo involucre entidades causal y constitutivamente relevantes en conexión con (alguna de) las entidades involucradas en el *explanandum*. En este

14 Melia usa 'Bet' (por *between*) para aludir a la relación simbolizada en la primera sección mediante la expresión 'η'.

sentido, el punto adicional postulado en F para explicar el que las lapiceras encajen a la perfección en la bandeja es el punto medio *u* entre *a* y *b*, es decir, el punto medio del segmento de la bandeja tomado como parámetro longitudinal de la misma. De hecho, este punto forma parte constitutiva de una de las entidades comprometidas en la ontología del explanandum nominalista (el segmento *ab*). Por contraposición, los puntos adicionales postulados por F1 y F2 no forman parte ni del segmento longitudinal de la bandeja (*ab*) ni del segmento representativo de la longitud de las lapiceras (*cd*). El punto medio elegido en cada caso es un punto *externo* a esos segmentos, con lo cual su elección es por completo arbitraria.

En consecuencia, ni la explicación nominalista basada en F1 ni la explicación nominalista basada en F2 satisfacen el CNR. Pero este resultado puede generalizarse a *cualquier* reformulación de F (cualquier F*) que respete la ontología elemental de F y, al igual que F1-F3, envuelva la postulación de uno o más puntos alternativos al punto medio del segmento *ab*. Porque, o bien F* comparte la complejidad lógico-semántica de F y amerita ser rechazado con base en consideraciones análogas a las que motivaron el rechazo de F1 y F2, consideraciones relativas al carácter ontológicamente extrínseco de los puntos adicionales en conexión con la constitución de los segmentos invocados en la reformulación fieldiana de la explicación original, o bien recurre a una variedad de puntos adicionales y, como en el caso de F3, transgrede la exigencia de parsimonia ontológica. En conclusión, la elección de F, lo mismo que la elección del punto medio necesario para forjar la comparación fieldiana entre el largo de la bandeja y el largo de las lapiceras, dista de ser arbitraria.

4. Explicación intrínseca y proliferación ontológica

Melia aduce que el tratamiento fieldiano de las magnitudes clásicas exige postular un número infinito de sistemas físicos y que esta postulación es, en ocasiones, intuitivamente implausible. Por cierto, uno puede tolerar el compromiso con un continuo de distancias o longitudes en el marco de una ontología de puntos (y regiones) espacio-temporales pues cabe prejuzgar que esa ontología protege los rasgos estructurales del dominio de los números reales. Por contraposición, no parece tolerable postular un continuo de objetos masivos, dado que, presumiblemente, la cantidad de materia esparcida en el universo es finita. El problema es que los posibles valores de masa (para una escala de medición dada) constituyen con frecuencia un intervalo cerrado de algún segmento de la secuencia de los números reales y un tal intervalo ha de tener una cardinalidad infinita. De aquí que Melia se pregunte: "¿Realmente queremos introducir axiomas (...) que garanticen que los objetos masivos son isomorfos a los reales (*sic*)? Esto parece absurdo" (1998 68).

Obviemos por el momento la cuestión relativa a la cardinalidad del conjunto de los posibles valores de masa. Aun así, la estrategia fieldiana nos hunde en una ontología (modalmente) contraintuitiva, porque su desarrollo parece exigir la postulación de algún objeto masivo extra cada vez que se quiera comparar la masa de dos objetos dados. Pero:

> ¿Por qué el que (un cuerpo) *a* sea más masivo que (un cuerpo) *b* debería implicar la existencia de otro cuerpo completamente disyunto a *b* que también tiene la misma masa que *b*? De hecho, ¿por qué no podrían *a* y *b* ser los únicos cuerpos masivos en el universo? Ciertamente, la cinemática y la teoría gravitacional newtonianas permiten tales posibilidades (Melia 1998 68).

En esta sección mi tesis es que los nominalistas no necesitan postular un continuo de sistemas físicos masivos para probar que toda atribución platónica de masa tiene una contrapartida comparativa nominalísticamente kosher, o bien comprometer la existencia de un tercer cuerpo para comparar la masa de otros dos sin aludir a números. El motivo es que hay un principio de la teoría de la medición extensiva que permite generar un patrón de valores (numéricos o comparativos) para magnitudes clásicas dentro de dominios *finitos*. Este principio (el axioma 5 de Suppes) se conoce como *condición de solubilidad* y puede formularse así:

(CS) Si $\Delta bc \geq \Delta ab$ pero $\Delta ab \ngeq \Delta bc$, entonces hay un z y un z* tal que: (Δbz* ~ Δab) & (Δzc ~ Δab), donde 'Δxy' debe leerse: 'la diferencia de magnitud (masa, temperatura, o lo que sea) entre x y y'.

Mi intención es aprovechar este recurso para generar un *patrón* o *gradación* nominalista de valores de masa con solo tomar en consideración la masa total de un objeto.

Supongamos por mor de la argumentación que *A* y *B* son los únicos objetos masivos del universo, que *p* es una parte propia de *B* que tiene una séptima parte de su masa y que la masa de *A* es cuatro séptimas veces menor a la masa de *B* (la suposición de que *B* tiene una parte propia de esa índole es inocua, porque es un dato trivial que a cada punto o región espaciotemporal se le puede hacer corresponder un número racional. En todo caso, el desafío es hacer de ese *factum* un expediente metodológico para nominalizar teorías). El objetivo será nominalizar '*B* tiene 4/7 veces la masa de *A*' sin hacer alusión a terceros objetos. Ciertamente, las consideraciones precedentes garantizan que $\Delta AB \geq_M \Delta Ap$ pero $\Delta Ap \ngeq_M \Delta AB$, de lo cual se desprende a instancias de (CS) que hay regiones espaciotemporales g y g^* (ex suppositione, partes propias de B) tales que ($\Delta Ag^* \sim_M \Delta Ap$) & ($\Delta Bg \sim_M \Delta Ap$) (el sufijo '$()_M$' señala que estamos ante predicados comparativos de masa). Gráficamente:

5. (In)--(p)--( )--( )--(A)--(g)--(g^*)--(B)[15]

Este gráfico refleja la ordenación de las entidades acorde a la magnitud de su masa y el hecho de que, entre otras cosas, ΔBp es mayor que ΔAB. Ahora bien, si queremos generar un *patrón* o una *gradación* para medir masas al modo comparativo-nominalista (y luego dar a entender que p tiene una séptima parte de la masa de B sin apelar a números), debemos llenar los huecos en (5). Para esto basta con aplicar de nuevo (CS). Dado que $\Delta Ap \geq_M \Delta gg^*$ pero $\Delta gg^* \ngeq_M \Delta Ap$, se desprende a instancias de (CS) que hay regiones espacio-temporales (partes propias de B) h y h^* tales que ($\Delta Ah^* \sim_M \Delta gg^*$) & ($\Delta ph \sim_M \Delta gg^*$). Gráficamente:

6. (In)--(p)--(h)--(h^*)--(A)--(g)--(g^*)--(B).

Veamos ahora cómo nominalizar la afirmación de que A tiene cuatro séptimas veces menos la masa de B haciendo uso del predicado 'P(x, y)' para la relación parte-todo[16]. La alternativa natural es:

7. Hay regiones espaciotemporales p y q tales que: P(p, B) & [($p \vee_M q$) = B] & no se cumple que [($p \vee_M q$) $\sim_M q$] & [$A \vee_M (p \circ_M p \circ_M p) \sim_M B$], donde '$\vee_M$' expresa adición mereológica y '$\sim_M$' expresa congruencia (siempre en términos de masa). Intuitivamente, la idea es que existe una parte de B con una masa no nula, pero menor a la masa de B tal que la suma mereológica de la masa de A y la masa resultante de la operación de concatenación efectuada tres veces sobre la porción de B en cuestión tiene la misma masa que B. Si nos ceñimos a (6), podemos reformular (7) de manera más sencilla así:

8. ($\Delta Bp \geq_M \Delta Ap$ & $\Delta Ap \ngeq_M \Delta Bp$) & $\Delta Ap \sim_M \Delta AB$.

Intentemos ahora nominalizar una afirmación un poco más complicada: la afirmación de que un objeto K tiene 0,14 veces la masa de B (en un mundo posible donde no hay otros objetos masivos y K y B no comparten partes

15 '*In*' denota al elemento inicial de la secuencia. Este elemento debe ser tomado como una región espacio-temporal de masa nula, es decir, una región no ocupada por materia o como la suma mereológica de todas las regiones espacio-temporales desprovistas de materia).

16 No necesito respaldar o legitimar la adopción de recursos de mereología elemental en este contexto, porque esa teoría tiene una ontología intuitiva nominalísticamente tolerable y, además, Field (1980) explora expresamente la posibilidad de apelar al tratamiento goodmaniano de la relación parte-todo para nominalizar teorías científicas en un lenguaje de segundo orden y probar resultados de representación y unicidad pertinentes.

propias). Para esto debemos refinar nuestro patrón nominalista. Tomemos en consideración a instancias de (6) el patrón graficado por:

9. (In)----(p)--(p*)--(h)[17]

Dado que $\Delta Inp \geq_{\mathrm{M}} \Delta p^{*}h$ pero $\Delta p^{*}h \ngeq_{\mathrm{M}} \Delta Inp$, se desprende a instancias de (CS) que hay regiones espacio-temporales (partes propias de *B*) *j* y *j** tales que $(\Delta Inj \sim_{\mathrm{M}} \Delta p^{*}h)$ & $(\Delta pj^{*} \sim_{\mathrm{M}} \Delta p^{*}h)$. Gráficamente:

10. (In)--(j)--(p)--(j*/p*)--(h)[18]

Ahora podemos nominalizar '*K* tiene 0,14 veces la masa de *B*' sin postular terceros objetos del siguiente modo:

11. Hay regiones espaciotemporales *In*, *j* y *s* tales que: $\mathrm{P}(B, j)$ & $[(j \vee_{\mathrm{M}} s) = B]$ & $[(In \vee_{\mathrm{M}} B) \sim_{\mathrm{M}} B]$ & $(\Delta InK \sim_{\mathrm{M}} \Delta Inj)$.

Evidentemente, la condición de solubilidad es una herramienta eficaz para responder a la preocupación de Melia, pues nos permite generar un patrón nominalista para la medición de masa sin necesidad de introducir consideraciones acerca de objetos adicionales o postular un número infinito de objetos masivos. Con todo, podría replicarse que esta estrategia no puede usarse para nominalizar oraciones que asignan cantidades *irracionales*. El motivo es que los números irracionales tienen una expansión decimal infinita (y no recurrente), de modo que su eliminación por la vía fieldiana demandaría en principio escribir oraciones infinitamente largas o especificar patrones nominalistas infinitamente gradados. Mi respuesta a esta objeción es que Field podría proceder a nominalizar la caracterización clásica de la noción de límite de una sucesión y, por esta vía, contar con un método efectivo para eliminar cualquier referencia a una magnitud irracional. Por cierto, dar curso sistemático a esta pretensión exigiría emprender un nuevo (y complejo) trabajo; en la siguiente sección me limitaré a dar algunas indicaciones preliminares al respecto. Lo importante es que si se lograra mostrar que, al igual que la alusión a valores racionales, también la alusión a valores irracionales de masa (o temperatura o potencial gravitacional) puede ser erradicada de la ciencia sin introducir consideraciones (controversiales) acerca de la cardinalidad del universo, la preocupación de Melia quedaría sepultada.

17 La región espacio-temporal *p** es una parte propia de *B* que tiene algo más de masa que *p*. Recordemos que *p* tiene siete veces menos la masa de *B* (platónicamente: $\Delta Inp = 1/7\ \Delta InB$). Por otra parte, se desprende de (6) que *H* tiene dos veces la masa de *p*.

18 Según el nuevo patrón, $J^{*} = p^{*}$.

5. La (presunta) incompletitud del proyecto de Field

Melia escribe:

> (...) podríamos estar interesados en estudiar un sistema newtoniano consistente en dos cuerpos masivos, uno de los cuales es e veces más pesado que el otro, y que están π metros alejados. Pero, ¿cómo podemos siquiera empezar a estudiar tales sistemas usando solamente los recursos lingüísticos encontrados en la formulación sintética de la teoría gravitacional newtoniana de Field? Field no nos ha dado ninguna garantía de que esta teoría sintética es capaz de describir tales sistemas (1998 69).

La preocupación pasa ahora por la ausencia de herramientas nominalistas explícitas para erradicar de la ciencia el recurso a cantidades irracionales como *e* (la base de los logaritmos naturales) y π (la proporción entre el largo de la circunsferencia de un círculo y su diámetro). En la sección precedente sugerí la posibilidad de cubrir nominalísticamente la noción de límite matemático para lidiar con esta preocupación. En esta sección voy a esbozar el núcleo de la estrategia que tengo en mente.

Primero, necesito nominalizar la definición de límite de una sucesión[19]. La definición tradicional es:

(DF) λ es el límite de la sucesión $\{a_n\}$ cuando *n* tiende a infinito, si y solo si, para todo número real positivo r, existe un ni inicial tal que |an - λ| < r siempre que n ≥ ni. [Viz, dado un r (cualquier entorno de λ, por más diminuto que sea), hay siempre un elemento inicial ai tal que *todos* los elementos de la sucesión están más cerca de λ que *r* (*i.e.*, todos los elementos de la sucesión están en el entorno dado)].

Empecemos por eliminar la referencia a $\{a_n\}$. Para esto, necesito postular un semisegmento espacio-temporal isomorfo a la estructura de los naturales, dado que los coeficientes de los elementos de la sucesión son enteros positivos. Supongamos entonces la existencia de una suma mereológica de puntos discretos yacentes sobre una semirrecta, de modo tal que la distancia entre puntos adyacentes es siempre uniforme. Formalmente, la sucesión $\mapsto p_n$ con

19 La posibilidad de nominalizar esta noción fue sugerida por Tomasz Bigaj en un trabajo inédito (2001). No obstante, mi estrategia se aparta sustantivamente de la suya. De hecho, este autor se limita a esbozar una estrategia de nominalización para la noción de límite matemático, sin desplegar los recursos técnicos necesarios para eliminar las referencias concretas a magnitudes como e y así procurar una respuesta satisfactoria a la objeción de Melia.

elemento inicial x*i* y *k*-ésimo elemento x_k (para cualquier k > i dado)[20] contiene a los puntos espacio-temporales que satisfacen la condición de uniformidad (para un w cualquiera):

12. $[(w \eta x_i x_k) \,\&\, (wx_i \sim wx_k)] \vee [(x_k \eta x_i w) \,\&\, (x_k x_i \sim x_k w)]$.

Resta eliminar la referencia al intervalo $|a_n - \lambda|$. Dado que '$|a_n - \lambda| < r$' equivale materialmente a '$\lambda - r < a_n < \lambda + r$', $\{a_n\}$ tiende a λ, si y solo si, todos los términos de $\{a_n\}$ están en el intervalo abierto $]\lambda - r, \lambda + r[$ (Viz, la sucesión está acotada superior e inferiormente; o bien: para todo entorno de λ con radio r, los términos de $\{a_n\}$ tales que $n > n_i$ están en el entorno). Como sea, podemos sustituir: 'los términos de $\{a_n\}$ están en $]\lambda - r, \lambda + r[$' por:

13. Los puntos de $\mapsto p_n$ satisfacen: $\forall s\, \forall t\, [\exists u\, (u \eta st \,\&\, su \sim tu) \rightarrow \mathrm{w} \eta st]$,

donde s y t determinan los extremos de cualquier segmento cerrado en el que yacen los elementos de $\mapsto p_n$ y u es el punto de convergencia de la sucesión. Resta, por último, sindicar nominalísticamente a u como punto de convergencia. Digamos al respecto que:

(DF_N) $\forall s\, \forall t\, [\exists u\, (u \eta st \,\&\, su \sim tu) \,\&\, \forall z\, (z > x_i)] \rightarrow z \eta st)$.

Intuitivamente: cualquiera sea el punto en el espacio-tiempo dentro de la sucesión $\mapsto p_n$ a partir de un punto crítico dado (ese punto crítico es x_i), hay un punto (u) tal que, en todo entorno de ese punto, por diminuto que sea (en cualquier segmento st), aparecen todos los términos de la sucesión (todo z). En otras palabras, si tomamos un entorno cualquiera de u, habrá siempre un coeficiente i tal que a partir de x_i en adelante todos los términos de la sucesión $\mapsto p_n$ estarán incluidos dentro de dicho entorno.

Veamos brevemente cómo aplicar estas herramientas a la intelección nominalista de *e*. Recordemos que e es el límite de la secuencia $(1 + 1/n)^n$ a medida que n tiende a infinito. Lo importante es que esta secuencia se compone solo de números racionales y que ya tenemos un método para eliminar números racionales (ese método consiste en producir un patrón nominalista para reflejar los posibles valores que puede asumir una magnitud física dada aprovechando la condición de solubilidad). Supongamos que se nos exige nominalizar la afirmación de que la distancia entre *a* y *b* es igual al producto de la distancia entre *c* y *d* y *e*[21]. Primero, necesitamos una unidad de medición de distancia;

20 Esta cláusula puede expresarse nominalísticamente así: $\forall u\, \forall v\, [\neg x_i \eta uv \,\&\, \exists y\, (y \eta x_i u \vee y \eta x_i v)]$. Intuitivamente: xi es el primer elemento de todo segmento inicial dentro de una secuencia (no vacía) de puntos.

21 Por simplicidad, he decidido mostrar cómo nominalizar asignaciones de distancia en lugar de asignaciones de masa a la hora de enmendar nominalísticamente la referencia a *e*.

estipulemos a tal efecto la existencia de un segmento gh tal que f(gh) = 1 y distingamos en él un punto interno gk. Gráficamente:

14. (g)----------------(gk)------------------------(h).

Dado que $\Delta g_k h \geq_D \Delta g g_k$ pero $\Delta ggk \ngeq_D \Delta g_k h$, se desprende a instancias de (CS) que hay regiones espacio-temporales g_r y g_s tales que $(\Delta g_k gr$ ~D $\Delta g g_k)$ & $(\Delta h g_s \sim_D \Delta g g_k)$. Gráficamente:

15. (g)----------------(gk)----(gs)------------(gr)----(h).

Aplicando de nuevo (CS), podemos obtener un patrón de medición de distancias del nivel de precisión que deseemos. Bastaría a tal efecto con extender de manera adecuada los intervalos que separan a los puntos distinguidos en el gráfico, preservando la proporción de las distancias relativas. Por ejemplo, con tres aplicaciones adicionales partir de (15)[22], llegamos al patrón cuyo gráfico es:

18. (g)----(g_w)----(g_v)----(g_t)----(g_k)----(g_s)----(g_x/g_y)----(g_u)----(g_r)----(h).

Con esto obtuvimos un patrón de medición de distancia relativamente preciso. El proceso puede continuarse de modo indefinido introduciendo en el momento oportuno una desigualdad pertinente mediante el reconocimiento de un punto adicional en el patrón dado. Esto garantiza la disponibilidad de los recursos necesarios para reconstruir nominalísticamente la secuencia de n números racionales cuyo valor se aproxima a e cuando n converge hacia el infinito.

Veamos ahora (breve y esquemáticamente) cómo nominalizar la oración: '*e* es el límite de la secuencia $(1 + 1/n)^n$ a medida que n tiende a infinito'. Primero, debo nominalizar la referencia a la secuencia numérica definida por la operación $(1 + 1/n)^n$. La opción natural al respecto es tomar una secuencia de puntos $\mapsto q_e$ con elemento inicial w_i y *k*-ésimo elemento w_k (para cualquier $w_k > w_i$)[23] tal que:

19. $w_i w_k \sim [gh \circ (\prod_n(gh) \times_S \ldots \times_S gh \circ \prod_n(gh)]$,

22 Dado que, según (15), $\Delta g g_k \geq_D \Delta g_s g_r$ pero $\Delta g_s g_r \ngeq_D \Delta g g_k$, hay un g_t y un g_u tales que $(\Delta g g_t \sim_D \Delta g_s gr)$ & $(\Delta g_k g_u \sim \Delta g_s g_r)$. Gráficamente:

(16) (g)------------(g_t)----(g_k)----(g_s)--------(g_u)----(g_r)----(h).

Según (16), $\Delta g g_t \geq_D \Delta g_s g_u$ pero $\Delta g_s g_u \ngeq_D \Delta g g_t$, con lo cual hay un g_v y un g_w tales que $(\Delta g g_v \sim_D \Delta g_s g_u)$ & $(\Delta g_t g_w \sim \Delta g_s g_u)$. Gráficamente:

(17) (g)----(g_w)----(g_v)----(g_t)----(g_k)----(g_s)--------(g_u)----(g_r)----(h).

Según (17), $\Delta g_s g_u \geq_D \Delta g_r h$ pero $\Delta g_r h \ngeq_D \Delta g_s g_u$, con lo cual hay un g_x y g_y tales que $(\Delta g_s\, g_x \sim_D \Delta g_r h)$ & $(\Delta g_u g_y \sim \Delta g_r h)$. Esto aparece reflejado gráficamente en el cuerpo del trabajo (*cf.* (18)).

23 En la nota 14 aclaré cómo nominalizar esta cláusula.

donde '$\prod_n(y)$' debe leerse 'la enésima parte de y'[24] y la operación de multiplicación de segmentos ($\times_S$)[25] ha sido aplicada n veces (intuitivamente, *gh* cumple el papel del número 1, la operación ° desempeña la función de la suma y la enésima aplicación iterativa de la operación de multiplicación de segmentos enmienda nominalísticamente la elevación a la enésima potencia). Dado que presumiblemente $[(x\ \eta\ w_i w_k)\ \&\ (xw_i \sim xw_k)] \vee [(w_k\ \eta\ w_i x)\ \&\ (w_k w_i \sim w_k x)]$ es una condición válida para cualquier $k > i$ y para cualquier x en $\mapsto q_e$, se cumple que:

20. $\forall s\ \forall t\ [\exists u\ (u\ \eta\ st\ \&\ su \sim tu)\ \&\ \forall x\ ((x\ \eta\ st\ \&\ x > w_i) \rightarrow x\ \eta\ st))]$,

donde s y t determinan nominalísticamente los extremos de cualquier segmento espacio-temporal cerrado en el que yacen los elementos de $\mapsto q_e$ y u es el punto de convergencia de la sucesión [cualquiera sea el elemento al que se extienda $\mapsto q_e$ a partir de w_i (o el punto inicial del segmento patrón *gh*), esa sucesión nunca alcanzará a u]. En otras palabras, $\mapsto q_e$ se aproxima indefinidamente a u a medida que se avanza en la operación nominalísticamente kosher $[gh\ °\ (\prod_n(gh)) \times_S \ldots \times_S gh\ °\ Pn(gh)]$. Por estipulación, este punto no es otra cosa que el objeto espacio-temporal que "desempeña" (nominalísticamente hablando) el papel de e. Ahora estoy en condiciones de nominalizar '$ab \sim (cd \times e)$'. La idea es sustituir esta oración por:

21. $ab \sim (cd \times_S [cd\ °\ (\prod_n(cd) \times_S \ldots \times_S cd\ °\ \prod_n(cd)]$,

donde $\times_S$ ha sido aplicada n veces.

6. Conclusiones

En este trabajo he argumentado que, en rigor, las preocupaciones antinominalistas de Melia (1998) no constituyen objeciones *bona fide* al proyecto metafísico de Field (1980). En primer lugar, vimos que los compromisos ontológicos de este proyecto satisfacen los estandartes nominalistas por excelencia (básicamente, las exigencias de eficacia causal y parsimonia ontológica) y que la reelaboración fieldiana del concepto de relevancia explicativa no pone en riesgo el apego a estos estandartes. De hecho, las explicaciones fieldianas involucran en ocasiones referencias a objetos causalmente irrelevantes para

24 La legitimidad del uso de nociones mereológicas en contextos como este fue fundamentada en la nota 10. Cabe aclarar que puede aludirse nominalísticamente a la enésima parte de un segmento haciendo un uso pertinente de la condición de solubilidad.

25 La operación de multiplicación de segmentos puede desplegarse nominalísticamente así: $v \times_S w = x$ si y solo si hay dos triángulos rectángulos *bcd* y *b*c*d** tales que: $bc \sim gh$, $v \sim bd$, $w \sim b^*c^*$ y $x \sim b^*d^*$.

la ocurrencia concreta del *explanandum*; no obstante, vimos que los puntos espacio-temporales desempeñan un papel causal y constitutivamente sustantivo en conexión con los hechos por explicar y que esta circunstancia nos permite contar con un criterio de relevancia explicativa intrínseco, es decir, un criterio de relevancia explicativa restringido a los compromisos con entidades nominalísticamente kosher.

En segundo lugar, vimos que el recurso al principio de solubilidad de la teoría de la medición extensiva posibilita la especificación de patrones de medición nominalista sin necesidad de introducir suposiciones acerca de la cardinalidad del universo o violentar intuiciones contrafácticamente plausibles en la materia. En tercer y último lugar, he esbozado un método para nominalizar el tratamiento de magnitudes irracionales, poniendo particular énfasis en la noción de límite de una sucesión numérica. Esta estrategia se complementa con la precedente (la estrategia forjada en torno a la condición de solubilidad), ya que su combinación nos habilita a tratar nominalísticamente la referencia a *cualquier* cantidad real (sea racional o irracional), incluidas, desde luego, las constantes matemáticas fundamentales para la física.

Quizá estos resultados no logren despejar la sospecha de que, a fin de cuentas, el proyecto nominalista de Field es irrealizable. Después de todo, hay objeciones importantes a ese proyecto que no fueron consideradas en este trabajo. Una de ellas atañe a la aparente imposibilidad de nominalizar (fieldianamente) cualquier desarrollo científico que presuponga una reconceptualización del espacio-tiempo newtoniano (*e.g.*, la teoría de la relatividad). Otra apunta a la existencia de teorías desprovistas de una interpretación física lo suficientemente precisa como para desenvolver con base en ella una cobertura nominalista de las estructuras algebraicas involucradas en la formulación de sus postulados (*e.g.*, la mecánica cuántica no relativista). Personalmente, creo que es posible dar respuesta a estas preocupaciones y otras de igual tenor. De hecho, existen algunos avances tentativos al respecto (Balaguer; Arntenius y Dorr). Por el momento, me conformo con haber bloqueado una serie de ataques al proyecto fieldiano que, a pesar de su "poder de fuego" refutatorio y su solvencia técnica, no habían sido convenientemente ponderados por los filósofos enredados en los problemas metafísicos de la matemática aplicada.

Trabajos citados

Achinstein, Peter. *The Nature of Explanation*. Oxford: Oxford University Press, 1983.

Arntenius, Frank & Dorr, Cian. “Calculus as Geometry”. Frank Arntzenius (ed.), *Space, Time and Stuff*. Oxford: Oxford University Press, 2012. 213–278.

Baker, Alan. “Are there Genuine Mathematical Explanations of Physical Phenomena?”. *Mind* 114.454 (2005): 223–238.

Balaguer, Mark. “Towards a Nominalization of Quantum Mechanics”. *Mind* 105.418 (1996): 209–226.

Balaguer, Mark. *Platonism and Anti-Platonism in Mathematics*. New York: Oxford University Press, 1998.

Bigaj, Tomasz “Field’s Program: A Defense”. 2001, obtenido de: URL =

http://hektor.umcs.lublin.pl/~zlimn/jtb/jtb/papers/tb_fpad.pdf

Bueno, Otavio. “An Easy Road to Nominalism”. *Mind* 121.484 (2012): 967–982.

Colyvan, Mark. *The Indispensability of Mathematics.* New York: Oxford University Press, 2001.

Craig, William. “On Axiomatizability Within a System”, *Journal of Symbolic Logic* 1.18 (1953): 30–32.

Field, Hartry. *Science without numbers.* Princeton: Princeton University Press, 1980.

_____. “Can We Dispense with Space-Time?”. 1984. *Realism, mathematics and modality*. Oxford: Blackwell, 1989. 171–225.

_____. “On conservativeness and incompleteness”. 1985. *Realism, mathematics and modality.* Oxford: Blackwell, 1989. 125–146.

_____. “Introduction: Fictionalism, epistemology, and modality”. 1989. *Realism, mathematics and modality*. Oxford: Blackwell, 1989. 1–52.

Frege, Gottlob. *The foundations of arithmetic: a logico-mathematical enquiry into the concept of number*. J.L. Austin (trad.). Evanston: Northwestern University Press, ([1884] 1980).

Leng, Mary. *Mathematics and Reality*. Oxford: Oxford University Press, 2010.

Melia, Joseph. “Field's programme: Some interference”. *Analysis* 2.58 (1998): 63–71.

_____. “Weaseling Away the Indispensability Argument”. *Mind* 109.435 (2000): 455–479.

Putnam, Hilary. “Philosophy of Logic”. 1971. *Mathematics, Matter and Method*. New York: Cambridge University Press, 1979. 323–357.

Quine, Willard. “Five milestones of empiricism”. *Theories and Things*. Cambridge: Cambridge University Press, 1981. 67–72.

Suppes, Patrick. “A set of independent Axioms for Extensive Quantities”. *Portugaliae Mathematica* 10.4 (1951): 163–172.

Yablo, Stephen. “Go figure: A path through fictionalism”. *Midwest Studies in Philosophy* 1.25 (2001): 72–102.