# ARGUMENTO DE LA INDISPENSABILIDAD E INFERENCIA A LA MEJOR EXPLICACIÓN EN FILOSOFÍA DE LA MATEMÁTICA: UNA APROXIMACIÓN EPISTÉMICA[1,2,3]

## INDISPENSABILITY ARGUMENT AND INFERENCE TO THE BEST EXPLANATION IN PHILOSOPHY OF MATHEMATICS: AN EPISTEMIC APPROACH

**Cristian Soto**[4,5]

## RESUMEN

Defiendo una lectura epistémica del argumento de la indispensabilidad en filosofía de las matemáticas y reconozco la contribución de las matemáticas al éxito empírico de las ciencias sin asumir la realidad de las entidades matemáticas. Sostengo que el argumento de la indispensabilidad no es una instancia de la inferencia a la mejor explicación. Luego de distinguir entre entidades matemáticas y entidades físicas muestro que, aun cuando la inferencia a la mejor explicación pudiera funcionar en la postulación de entidades físicas inobservables, no contamos con razones similares para creer que cumpla el mismo rol cuando se trata de las entidades matemáticas.

**Palabras clave:** Argumento de la indispensabilidad, inferencia a la mejor explicación, entidades matemáticas, entidades físicas, contribución epistémica, platonismo matemático.

## ABSTRACT

I elaborate and defend an epistemic reading of the indispensability argument, which allows us to fully embrace the epistemic contribution of mathematics to the empirical success of

[1] Recibido: 30 de mayo de 2018. Aceptado: 1.º de junio de 2018.

[2] Este artículo se debe citar: Soto, Cristian. "Argumento de la indispensabilidad e inferencia a la mejor explicación en filosofía de la matemática: una aproximación epistémica". *Rev. Colomb. Filos. Cienc.* 18.36 (2018): 19-39.

[3] El presente artículo es resultado del proyecto FONDECYT 11160324 (CONICYT, Chile), noviembre de 2016 - octubre de 2019. Parte de la investigación se realizó en el Departamento de Filosofía, Universidad de Miami, EE.UU., donde presenté ideas similares en el coloquio de filosofía departamental y me beneficié del diálogo sostenido con Otávio Bueno. Una versión inicial de este manuscrito también se socializó en el IFICC, Chile, donde recibí valiosos comentarios de Pablo Razeto y Mario Villalobos. Algunas de las ideas expuestas en torno a la distinción entre argumento de la indispensabilidad e inferencia a la mejor explicación son el resultado de discusiones con mis estudiantes Pascal Rodríguez y Matías Morales en la Universidad de Chile, con quienes también estoy agradecido.

[4] Departamento de Filosofía, Universidad de Chile. Correo electrónico: cssotto@gmail.com

[5] Santiago, Chile.

science without holding that such contribution amounts to a reason for the reality of mathematical entities. I argue that the indispensability argument is not an instance of inference to the best explanation. After highlighting the distinction between physical and mathematical posits, I contend that even though inference to the best explanation may work in postulating unobservable physical posits, we lack reasons to believe that it performs the same role in view of mathematical posits.

**Keywords:** Indispensability argument, inference to the best explanation, mathematical posits, physical posits, epistemic contribution, mathematical platonism.

## 1. LECTURAS DEL ARGUMENTO DE LA INDISPENSABILIDAD

Una de las versiones del platonismo matemático inspirado en Quine y Putnam sostiene que para cada teoría matemática que se ha aplicado exitosamente a la teorización científica existe una región del reino matemático que la hace verdadera. Esta forma de platonismo matemático restringe los compromisos ontológicos a las entidades de las matemáticas aplicadas, y se considera hoy en día una opción viva para diversas formas recientes de realismo matemático (Bangu; Colyvan 2001)[6].

El platonismo matemático apela al argumento de la indispensabilidad para defender la realidad de las entidades matemáticas. Tal estrategia toma diversas formas. En el presente artículo sugiero distinguir entre el *argumento de la indispensabilidad ontológica* (AIO) y el *argumento de la indispensabilidad epistémica* (AIE). El AIO ha recibido amplia atención. Examinaré brevemente esta forma del argumento en la sección 2. Su tesis principal sostiene que la indispensabilidad de las matemáticas para la práctica científica nos fuerza a postular la existencia de entidades matemáticas, a saber: la mejor manera de explicar el hecho de que las teorías científicas cuantifiquen tanto entidades físicas como matemáticas consiste en asumir, por inferencia a la mejor explicación, que ambas clases de entidades existen.

[6] Versiones *irrestrictas* del platonismo matemático sostienen que para cada teoría matemática, sea pura o aplicada, existe una región del reino matemático que la hace verdadera. Esta posición está comprometida con la postulación de una ontología matemática cabal. Para una elaboración de esta versión, *véase* Balaguer.

En las secciones 3-6 elaboraré y defenderé el AIE, que reconoce la contribución epistémica de las matemáticas al éxito empírico de las ciencias, pero rechaza que ofrezca una razón para añadir entidades matemáticas a la ontología científica. De acuerdo a esta lectura, la tesis de la indispensabilidad epistémica se deriva correctamente de las diversas aplicaciones de las matemáticas a la práctica científica. Las matemáticas no solo ofrecen a un lenguaje más reglas de razonamiento que guardamos en la caja de herramientas de las ciencias, sino que son, en distintos escenarios, la mejor herramienta que tenemos para representar, explicar o predecir fenómenos en regiones específicas de la realidad. El hecho de que las matemáticas estén involucradas epistémicamente en las ciencias se puede analizar en distintos niveles, tales como la aplicación de teorías matemáticas puras a la práctica científica, en donde tales teorías funcionan, a veces inesperadamente, como fuente de estructuras para la construcción de modelos científicos de varios tipos. Aún más, el empleo cotidiano de matemáticas en la formulación de teorías científicas demuestra que las últimas encuentran su mejor expresión en el lenguaje abstracto de números, funciones, conjuntos y otros similares. La literatura reciente en filosofía de las matemáticas ha documentado ampliamente la contribución epistémica de las matemáticas a la articulación de teorías físicas (Pincock; Steiner 1998). En breve, el AIE nos insta a reconocer todo esto, sin derivar conclusiones ontológicas ulteriores.

## 2. EL ARGUMENTO DE LA INDISPENSABILIDAD ONTOLÓGICA

Gran parte de la discusión en torno al platonismo matemático se ha llevado a cabo en términos de la elaboración del AIO. La literatura al respecto es extensa. En lo que sigue, revisaré brevemente aspectos de su formulación estándar (Colyvan 2001). La forma general del argumento es la siguiente:

AIO:

> **(P1)** Tenemos que adoptar compromisos ontológicos con todas y solamente aquellas entidades que son indispensables para nuestras mejores teorías científicas.
>
> **(P2)** Las entidades matemáticas son indispensables para nuestras mejores teorías científicas.
>
> Por consiguiente,
>
> **(C)** Tenemos que adoptar compromisos ontológicos con las entidades matemáticas.

**(P1)** presupone que las teorías científicas son nuestra mejor guía para informarnos acerca del mobiliario del mundo. Esto sienta las bases para que **(P2)** sostenga que las entidades matemáticas son indispensables para las teorías científicas. Asumida una perspectiva realista, **(C)** concluye que tenemos que aceptar la existencia de las entidades matemáticas por las mismas razones que típicamente nos conducen a aceptar la existencia de entidades físicas. Nótese, además, el carácter normativo del AIO: **(P1)** sostiene que tenemos que (*ought to*) creer en la realidad de todas y solamente aquellas entidades que son indispensables para nuestras mejores teorías científicas actuales, poniendo a la par las entidades físicas y matemáticas con respecto a su estatuto ontológico[7].

Colyvan (2001) ofrece un examen detallado del AIO, que por lo pronto no es necesario repetir acá[8]. Además, la recepción crítica del AIO ha sido extensamente documentada y se conoce ampliamente en la literatura especializada. Una de las direcciones que ha tomado la recepción crítica intenta rechazar la idea de que las entidades matemáticas son indispensables para nuestras mejores teorías científicas, tal como lo sostiene **(P2)**. Field (1980, 1989) ha propuesto un caso de estudio que ilustra la manera como podría nominalizarse la mecánica clásica newtoniana. Una segunda dirección de la recepción crítica del AIO busca socavar **(P1)**, demostrando que no debiéramos adoptar compromisos ontológicos similares con las entidades físicas y las matemáticas (Leng 2002, 2010; Maddy 1994, 1995, 1997; Melia; Sober). En particular, esta última línea argumentativa rechaza los supuestos del trasfondo quineano que sustenta a **(P1)**, vale decir, el naturalismo y el holismo confirmacional[9] (Colyvan 2001, cap. 2).

[7] Construcciones alternativas del AIO son la de Resnik, quien enfatiza el componente pragmático del uso de las matemáticas en la teorización científica, y la de Baker (2009), quien defiende la realidad de solamente aquellas entidades matemáticas que desempeñan un rol indispensable en las explicaciones (por lo general causales) de las ciencias. Con todo, al igual que la versión estándar del AIO, estas dos aproximaciones derivan la conclusión de que al menos algunas entidades matemáticas existen.

[8] Entre las elaboraciones recientes que siguen la línea de investigación trazada por Colyvan encontramos las de Baker (2005, 2009), Saatsi, Bangu y Pincock. Tendré presente estas propuestas en los análisis que siguen, particularmente en las secciones 3 y 4.

[9] Cabe recordar en este punto que el enunciado estándar del naturalismo, en palabras de Quine, es el siguiente: "las cuestiones ontológicas […] están a la par que las cuestiones de la ciencia natural" (Quine 1951 45). Y el enunciado del holismo confirmacional dice así: "nuestros enunciados acerca del mundo externo enfrentan el tribunal de la experiencia sensorial no individualmente, sino solo como un cuerpo unificado" (Quine 2004 51)

En lugar de revisar y profundizar las dos direcciones que ha tomado la recepción crítica del AIO con respecto a **(P1)** y **(P2)**, en lo que sigue me interesa elaborar dos versiones del AIE, a saber: un *AIE para las matemáticas aplicadas y un **AIE para las matemáticas puras. El primero defiende la indispensabilidad epistémica de ciertas teorías matemáticas para la práctica científica, señalando casos en los cuales las matemáticas han servido de guía para la investigación de sistemas físicos específicos en las ciencias. Casos relevantes en los que la teorización matemática anticipa el acceso a los sistemas físicos de interés científico son la descripción matemática seminal de la razón energía/masa del electrón (Arabatzis), la formulación inicial de la ecuación de Dirac y su descripción del protón (Bueno & French), y la simulación computacional del campo de Higgs (Morrison), entre otros. En estos casos las teorías matemáticas guiaron la investigación empírica de dominios físicos relevantes, de manera que facilitaron y anticiparon la confirmación del componente físico de las teorías científicas respectivas. **(P1)** del AIO pasa por alto tales escenarios.

EL **AIE, en cambio, defiende la indispensabilidad epistémica de las metodologías empleadas en la práctica de las matemáticas puras, oponiéndose, con ello, al *dictum* quineano de que las matemáticas puras tienen un carácter recreacional. Casos de estudio como el del establecimiento de la verdad de la hipótesis del continuo (Maddy 1994, 1995) dejan a la vista la indispensabilidad epistémica de las metodologías de las matemáticas puras. La comunidad matemática puede investigar asuntos que no resultan coherentes con la red de creencias científicas. Al abordarlos, no es necesario que tenga en cuenta las aplicaciones de sus teorías a las ciencias, como un paso entre otros a la hora de intentar resolver los problemas matemáticos en cuestión, desarrollar nuevas teorías o juzgar la verdad de ciertos axiomas. El progreso de las matemáticas puras es independiente de su aplicación a la fábrica de la ciencia. De la misma manera, la comunidad matemática puede interpretar literalmente las teorías que se derivan de tales axiomas, sin que ello signifique que se atribuya existencia a sus objetos.

## 3. EL ARGUMENTO DE LA INDISPENSABILIDAD EPISTÉMICA

Una vez reconocidos los cimientos débiles sobre los que descansa **(P1)** del AIO, surge la necesidad de concebir la idea de indispensabilidad desde otra perspectiva. El AIE responde a ella, proponiendo una aproximación que reconoce la contribución epistémica de las matemáticas al éxito empírico de la ciencia sin añadir una ontología matemática. La siguiente es una primera elaboración del AIE en las matemáticas aplicadas:

> ***(P1)** Tenemos que reconocer la indispensabilidad epistémica de las herramientas que contribuyen al éxito empírico de las ciencias.
>
> ***(P2)** Las matemáticas aplicadas se encuentran entre tales herramientas.
>
> Por consiguiente,
>
> ***(C)** Tenemos que reconocer la indispensabilidad epistémica de las matemáticas aplicadas.

He aquí una segunda forma del AIE, esta vez referida a las peculiaridades de las matemáticas puras:

> ****(P1)** Tenemos que reconocer la indispensabilidad epistémica de las metodologías que contribuyen al éxito teórico de las matemáticas puras.
>
> ****(P2)** Las pruebas, las deducciones y el modelamiento, entre otros, se encuentran entre tales metodologías.
>
> Por consiguiente,
>
> ****(C)** Tenemos que reconocer la indispensabilidad epistémica de tales metodologías en la práctica de las matemáticas puras.

Ambas versiones interpretan la idea de indispensabilidad en una clave epistémica. El *AIE sostiene que las matemáticas aplicadas tienen que ser consideradas epistémicamente indispensables para las ciencias, mientras que para el **AIE las metodologías de las matemáticas puras son epistémicamente indispensables para el avance de tal disciplina. La lectura epistémica reconoce debidamente el éxito de la práctica matemática, el cual queda reflejado suficientemente en la historia de una disciplina que ha generado nuevas teorías, ha resuelto problemas matemáticos y ha descubierto otros nuevos, ha permitido aplicar a las ciencias teorías matemáticas que se consideraban del dominio exclusivo de las matemáticas puras, y así sucesivamente. Se defiende, en consecuencia, la independencia epistémica de tales disciplinas.

Nótese que las formulaciones de las dos versiones del AIE podrían parecer inocuas debido a que concentran la fuerza de la normatividad en sus conclusiones epistémicas, evitando la supuesta consecuencia ontológica que, por el contrario, hace que el AIO resulte atractivo en primera instancia. Ninguna de ellas sostiene la tesis de que la indispensabilidad epistémica entraña la existencia putativa de un reino matemático abstracto, sea irrestricto o restringido de acuerdo a las dos versiones del platonismo matemático. Además, el AIE no se compromete con la idea de que la ciencia se pueda llevar a cabo sin matemáticas, como lo sostiene el nominalismo radical (Field 1980, 1989), ni que las entidades matemáticas no existan. A pesar de que tales doctrinas son interesantes por sí mismas, las dos lecturas del AIE buscan dar cuenta del poder epistémico de las matemáticas aplicadas y puras, sin introducir compromisos ontológicos ulteriores.

El caso de las matemáticas aplicadas resulta particularmente ilustrativo en la discusión reciente. La evidencia a favor de la indispensabilidad epistémica en ***(P2)** proviene de la historia de la interacción entre las ciencias y las matemáticas. Casos históricos claves son el uso del cálculo en la sistematización de la mecánica clásica newtoniana; el de la geometría diferencial en la formulación de la teoría de la relatividad; y el de los espacios de Hilbert en la formulación estándar de la mecánica cuántica en las manos de Von Neumann, entre otros. Estos casos ilustran la contribución epistémica de las matemáticas a la formulación de teorías científicas en diversos dominios.

Esta situación ha sido ampliamente reconocida en las últimas décadas. Las comunidades científica, filosófica y matemática, por igual, han manifestado su asombro ante la aplicabilidad de las matemáticas a las ciencias. Colyvan (2012) menciona a Wigner, Dyson, Weinberg y Steiner entre aquellos que han enfatizado la aplicabilidad de las matemáticas, el milagro de la conveniencia del lenguaje de las matemáticas, el sentimiento de que las fórmulas matemáticas existen independientemente de la inteligencia humana, la belleza matemática como una guía epistémica para la aplicabilidad de las matemáticas, y la creatividad que sitúa a la comunidad matemática más cerca del artista que del investigador en ciencias físicas. Ahora bien, el AIE busca evitar tal tipo de especulación destacando que el desafío consiste, en realidad, en explicar la indispensabilidad epistémica de las matemáticas en las ciencias. Para ello da cuenta de sus aplicaciones específicas en la construcción de teorías, modelos, simulaciones computacionales y otras herramientas de la práctica científica.

Con el propósito de mitigar el carácter inexplicable (*unreasonable*) de la aplicabilidad de las matemáticas, cabe tener en cuenta las dificultades sustanciales que se enfrentan en el modelamiento matemático cuando se trata de lograr que las matemáticas representen aspectos del mundo adecuadamente (Bueno & French; Colyvan 2012; Pincock). La indispensabilidad epistémica y la aplicabilidad en general no resultan de manera gratuita, sino al costo de un esfuerzo intelectual sistemático. Ello explica al menos parcialmente el hecho de que las matemáticas se puedan aplicar a las ciencias en ocasiones particulares. También debe observarse que, en rigor, no contamos con una apreciación clara de los límites de la indispensabilidad epistémica. La demarcación entre las aplicaciones que son razonables y aquellas que podrían considerarse inexplicables en un momento dado es borrosa. Parte de las matemáticas es epistémicamente indispensable para las ciencias, pero no toda ella lo es. Al examinar estos asuntos corremos el riesgo de destacar los éxitos de los diversos proyectos matemáticos en sus aplicaciones sorprendentes a las ciencias, pasando por alto casos en los cuales la aplicación de las matemáticas ha fallado, o no es indispensable. Tales instancias nos ayudarían a matizar el alcance de la indispensabilidad epistémica de las matemáticas.

Por lo pronto, es crucial interpretar ambas versiones del AIE en términos *contingentes*. A saber, parte importante de las matemáticas aplicadas *ha resultado ser* epistémicamente indispensable. Vale decir, áreas específicas de la teorización matemática *han llegado a ser* nuestra mejor herramienta epistémica para construir representaciones, explicaciones y predicciones en diversos dominios de teorización científica. Tal aplicabilidad forma parte de la historia natural de nuestras interacciones epistémicas con nuestro entorno. En particular, no tenemos que justificar tal aplicabilidad recurriendo a propuestas metafísicas que sostienen que ella es posible debido a que las entidades matemáticas existen (como lo sostienen los platonistas matemáticos) o que las entidades que constituyen el universo son en última instancia físico-matemáticas (Psillos), o que el universo es una gran estructura (o hipótesis) matemática (Tegmark).

## 4. ¿Es la inferencia a la mejor explicación una instancia del AIO?

Los defensores del platonismo matemático afirman que existe una relación entre el AIO y la inferencia a la mejor explicación. Tal relación, sin embargo, no se ha especificado en detalle. Field (1989), aunque defensor del nominalismo radical, ilustra este punto:

> Pero si nuestras creencias en los electrones y en los neutrinos están justificadas por algo como la inferencia a la mejor explicación, ¿no está nuestra creencia en números y funciones y otras entidades matemáticas igualmente justificada por la misma metodología? (16).

Ante esto, el platonismo matemático tiene que mostrar en qué consiste la relación entre el AIO y la inferencia a la mejor explicación, y ofrecer un argumento a favor de la idea de que esta última funciona tanto en la postulación de entidades físicas inobservables como en la de entidades matemáticas.

Defendiendo esta línea argumentativa, Colyvan afirma que "la inferencia a la mejor explicación es un tipo de argumento de la indispensabilidad" (2001 8). Sin embargo, tal sugerencia aparece en una nota al pie de página y no se ofrecen razones que expliquen el porqué. Sin avanzar mayores detalles, años después el mismo autor sostiene:

> La mayoría de los realistas científicos aceptan la inferencia a la mejor explicación […] Pero la inferencia a la mejor explicación puede ser considerada una especie de argumento de indispensabilidad, de tal manera que cualquier realista que acepte el primero pero rechace el segundo se encuentra en una posición muy inestable. Parecerían estar sosteniendo un doble estándar acerca de la ontología (2012 43).

De manera similar, considerando interpretaciones del argumento de la indispensabilidad como las de Baker (2005, 2009), otros han observado que "la inferencia a la mejor explicación garantiza que una nueva especie de entidad existe" (Pincock 203). Si ese es el caso, cabría esperar que tal estrategia funcione tanto en las ciencias físicas como en las matemáticas, ofreciendo razones para la adopción de supuestos ontológicos en ambas disciplinas.

La idea de que la inferencia a la mejor explicación es una instancia del AIO se puede poner en duda desde diversas perspectivas. En principio, no se ha ofrecido una buena razón que explique por qué apelar al AIO equivale a apelar a una inferencia a la mejor explicación. La disparidad evidente surge cuando se tiene en cuenta que el AIO –y en general, la estructura de los argumentos de indispensabilidad– corresponde a la forma de una inferencia analítica de carácter deductivo, mientras que la inferencia a la mejor explicación es una instancia de un razonamiento sintético, que incluso algunos identifican como una forma de inducción. Las diferencias entre argumentos analíticos y sintéticos son indiscutibles. La fuerza de la conclusión en el AIO ostenta un carácter necesario (*we ought to believe*), que se basa en que su premisa **(P1)** nos indica que tenemos que creer en todas y solo aquellas entidades que son indispensables para nuestras mejores teorías científicas, de las cuales las entidades matemáticas que aparecen en **(P2)** son un subconjunto.

Nada de esto, por cierto, tiene lugar en una inferencia a la mejor explicación, cuya estructura estándar es la siguiente:

> **(P1)** Se observa el hecho sorprendente F.
>
> **(P2)** Si la hipótesis A fuese verdadera, se explicaría F.
>
> Por consiguiente,
>
> **(C)** Tenemos una razón para asumir que la hipótesis A es probablemente (*likely*) verdadera.

Luego de observar el hecho sorprendente F en **(P1)**, la segunda premisa de la inferencia a la mejor explicación introduce una sugerencia explicativa condicional que añade nueva información al argumento, a saber: si asumiéramos que la hipótesis A es verdadera, entonces se explicaría F. La conclusión **(C)** de la inferencia a la mejor explicación, en lugar de sostenerse con la necesidad propia de las deducciones válidas, solo se sostiene dentro de un marco de probabilidad (usualmente subjetiva) que nos indica que se podría dar el caso de que A fuese verdadera.

La situación no es favorable para aquellas versiones del platonismo matemático que sostienen que la inferencia a la mejor explicación es una instancia del AIO. Quienes defienden esta idea todavía tienen que esclarecer la manera en la cual se supone que la inferencia a la mejor explicación funciona en la defensa del AIO. A continuación adaptamos la estructura argumentativa de la inferencia a la mejor explicación al caso de las matemáticas aplicadas:

> **(P1)** Se observa el hecho de que algunas teorías matemáticas son indispensables en las ciencias.
>
> **(P2)** Si se asumiera la existencia de las entidades matemáticas, se explicaría **(P1)**.
>
> Por consiguiente,
>
> **(C)** Tenemos una razón para creer que es probable (*likely*) que tales entidades matemáticas existan.

Esta forma de inferencia a la mejor explicación sugiere que existen las entidades matemáticas que aparecen en las matemáticas aplicadas. En particular, si se asume que tales entidades son parte del mobiliario ontológico, al igual que otras tantas entidades físicas observables e inobservables, se explicaría que las teorías científicas cuantifiquen sobre entidades tanto matemáticas como físicas. Sin embargo, su conclusión no es necesaria, sino que se sugiere que, si tales entidades matemáticas existieran, ello probablemente explicaría el hecho de que aparezcan cuantificadas en nuestras mejores teorías científicas. A diferencia del carácter normativo de la deducción que opera en el AIO, la inferencia a la mejor explicación que hemos construido para el caso de las matemáticas aplicadas no ofrece evidencia que nos fuerce a creer en la conclusión; simplemente la sugiere como una hipótesis que, dada su probabilidad (por lo general subjetiva), podría orientar nuestras creencias en una dirección más bien que en otra.

## 5. Distinción entre entidades físicas y matemáticas

En la sección 4 he mostrado algunas de las dificultades que surgen a la hora de querer equiparar la inferencia a la mejor explicación y el AIO. En lo que sigue, me interesa mostrar que tenemos buenas razones para distinguir entre las entidades físicas y las matemáticas (sección 5). Ello nos conducirá a afirmar que, aun cuando la inferencia a la mejor explicación pueda funcionar en la postulación de entidades físicas inobservables, no contamos con razones para sostener que también sirve para postular entidades matemáticas y comprometernos ontológicamente con ellas (sección 6).

Hay diversas razones por las cuales cabe distinguir entre tales entidades de acuerdo a su naturaleza y al rol que desempeñan en la teorización científica. La literatura reciente nos ofrece una batería de argumentos para llevar a cabo este trabajo. En primer lugar, las entidades físicas y las matemáticas tienen que distinguirse teniendo en cuenta si las teorías que las describen se pueden refutar o confirmar experimentalmente. En segundo lugar, podemos indagar si ambas clases de entidades desempeñan un rol causal en los fenómenos. Por cierto, se trata de dos argumentos estándares que, si bien han sido recurrentes en la literatura, aún son materia de discusión. El punto es el siguiente: aun cuando las entidades físicas parecen satisfacer ambos criterios, carecemos de evidencia similar para afirmar lo mismo respecto de las entidades matemáticas.

Examinemos el primer criterio en mayor detalle. Suponiendo que las teorías científicas tienen que estar abiertas a refutación o confirmación experimental, podemos trazar algunas diferencias relevantes entre el estatuto ontológico de los electrones y el de los números naturales (Musgrave). Podemos imaginar la posibilidad de que nuestra mejor teoría acerca de electrones en física de partículas siga en algún momento el camino de la teoría del flogisto, y resulte ser falsa o inadecuada para dar cuenta de fenómenos relevantes en un futuro todavía imprevisto de la investigación científica. Sin embargo, resulta difícil imaginar un escenario en el que la teoría de números naturales enfrente el mismo destino. Hasta donde sabemos, la evidencia empírica no puede jugar directamente en contra de la realidad de los últimos de la misma manera en que podría hacerlo en contra de los primeros. Esta diferencia responde a que "si los números naturales existen, ellos existen necesariamente en todos los mundos posibles" (Musgrave 91). Dejemos a un lado, por ahora, la apelación a los mundos posibles y a la existencia necesaria. Incluso si se afirmara que los números naturales existen como meras ficciones sofisticadas de la mente humana, el criterio experimental todavía se podría emplear, así: la diferencia crucial entre nuestra teoría de números naturales y nuestra teoría de electrones radica en que la última, pero no la primera, intenta referir a un sistema físico entramado en la realidad.

Surge entonces la sospecha de que tiene que haber algo erróneo en la apelación a la inferencia a la mejor explicación cuando se defiende el AIO. Resulta pertinente recomendar actitudes epistémicas diferentes cuando se trata del componente físico o del matemático de las teorías científicas. Por un lado, el hecho de que podamos concebir que sea posible refutar nuestra teoría acerca de los electrones, pero no así la de números naturales, no significa que tengamos que excluir la posibilidad de corregir nuestras teorías matemáticas. Quiere decir, en cambio, que las motivaciones para tales correcciones podrían provenir de evidencia proveída por la práctica matemática misma y no de fuentes experimentales. Además, podemos creer en la realidad de los electrones dada la evidencia empírica relevante a favor de tales entidades. Cabe observar que no contamos con evidencia empírica similar que nos convenza acerca de la realidad de los números naturales.

Enunciemos ahora el segundo criterio: podemos discriminar entre las entidades físicas y las matemáticas cuantificadas por las teorías científicas examinando el rol que cada una de ellas desempeña. En general, las entidades físicas tienen un rol causal en las explicaciones de los fenómenos; por el contrario, las entidades matemáticas carecen de él (Field 1989). En algunos casos se postulan entidades físicas en la medida en que se cuenta con razones para creer que ellas participan del entramado causal que da lugar a los fenómenos relevantes que se quieren explicar. Los electrones, para seguir con este ejemplo, contribuyen a explicar fenómenos causales observables en cámaras de vapor, así como también una amplia variedad de fenómenos abordados por la electrodinámica cuántica que da cuenta de la interacción entre fotones y electrones. Otras áreas de las ciencias físicas proveen ejemplos similares. En la sección 6 describiré el caso de la materia oscura, la cual, de acuerdo a los mejores consensos epistémicos en astrofísica, contribuye a explicar el mecanismo causal que subyace a determinados fenómenos gravitacionales a una escala cósmica. Por lo pronto, me interesa observar que el escenario es radicalmente diferente cuando se trata del componente matemático de las teorías científicas, puesto que usualmente no se busca afirmar que las entidades matemáticas participen del entramado causal que produce los fenómenos, aun cuando en muchas ocasiones desempeñen roles indispensables en la articulación de las teorías científicas que los explican.

Podría contestarse que el criterio causal es insuficiente si se consideran algunas dificultades que surgen en filosofía de la física cuántica o en teoría cuántica de campos. En particular, la causalidad, se afirmaría, no da cuenta del aspecto estocástico de la ontología a un nivel cuántico, así como tampoco representa una característica intrínseca de la ontología que se desprende de la teoría cuántica de campos. La causalidad sería, entonces, un criterio insuficiente para distinguir entre las entidades físicas y las matemáticas. Cabe tener presente tal objeción. Con todo, nuestro criterio se mantiene en pie si se aduce que, hasta donde sabemos, tanto la interpretación última de la ontología de fenómenos cuánticos como la de teoría cuántica de campos siguen pendientes en los debates recientes (Lange). No contamos con un acuerdo general acerca de la ontología de la mecánica cuántica en sus diversas interpretaciones, ni sabemos, en realidad, si algunos de los aspectos de los campos descritos por la teoría cuántica de campo se tienen que interpretar como algo más que construcciones matemáticas. Por lo demás, el criterio causal parece funcionar en otras áreas de la teorización física fundamental, como lo muestra el caso del modelo estándar de la física de partículas que describe los procesos de interacción entre partículas o entre partículas y detectores.

En suma, las teorías que postulan entidades físicas están abiertas a refutación o confirmación futura por medio de la evidencia experimental, mientras que las teorías matemáticas no (aunque permanecen abiertas a corrección por medio de procedimientos y consideraciones matemáticas). Usualmente, las entidades físicas postuladas por las teorías científicas desempeñan un rol causal en los fenómenos relevantes, a diferencia de las entidades matemáticas, sin que ello obste a la contribución de estas últimas a la articulación de explicaciones en ciencias. A pesar de que los análisis expuestos no son exhaustivos respecto de los criterios que nos permiten distinguir entre las entidades físicas y las matemáticas, indican una dirección adecuada para trazar tal distinción. En la sección siguiente examinaré un caso de estudio relativo a la postulación de la materia oscura con el propósito de consolidar el punto en cuestión.

## 6. La postulación de la materia oscura

El argumento que nos interesa ahora es el siguiente: a pesar de que algunos sostengan, más o menos persuasivamente, que la inferencia a la mejor explicación funciona en ocasiones cuando se trata de la postulación de entidades físicas inobservables, resulta difícil ver cómo es que ella cumple el mismo rol cuando se trata de la postulación de entidades matemáticas. Apliquemos la inferencia a la mejor explicación al caso de la materia oscura. Se trata de una entidad (o sistema físico compuesto de un conjunto de entidades) hasta ahora inobservable que tiene un rol explicativo crucial en astrofísica, un área de la investigación científica que reúne hoy en día líneas de desarrollo de la cosmología científica y de la física de partículas. En la década de 1930, los astrofísicos comenzaron a sospechar que debía haber cierta cantidad de materia que habían pasado por alto en sus descripciones de la dinámica de las galaxias. En aquel momento, la discrepancia central surgió de la comparación de la masa observada de las galaxias y la masa total requerida para explicar sus efectos gravitacionales. En la década de 1970, nuevas técnicas computacionales y observacionales facilitaron el establecimiento de la realidad de tal discrepancia, vale decir, no se trataba solo de dificultades teóricas, sino que en efecto algún valor físico no estaba siendo considerado. Este fue un paso importante, puesto que sirvió para probar que la incongruencia entre los datos y la teoría no era meramente matemática. Sin embargo, no existía en aquel entonces –como parece no existe todavía– una descripción precisa de la naturaleza de la materia oscura. Por el contrario, diversos candidatos teóricos sugirieron que la materia oscura podía estar constituida de materia bariónica, materia oscura fría, neutrinos, o de una partícula desconocida que todavía tiene que descubrirse dentro del modelo estándar de física de partículas.

A pesar de esta situación, la materia oscura llegó a ser un constituyente central de la astrofísica. En el 2003, mediciones de la radiación del trasfondo de microondas cósmicas determinaron la densidad total de la masa y la geometría del universo (Freese), de acuerdo a la cual la materia oscura representa aproximadamente el 25 % de la masa total del universo, mientras que el 5 % corresponde a los átomos conocidos de la química y el 70 % restante a la energía oscura. Más aún, en 2006 Clowe y colegas publicaron un artículo titulado "Prueba empírica directa de la existencia de la materia oscura". A pesar de que no ofrece datos resultantes de algún tipo de mediciones o detecciones directas, en este artículo se reunió evidencia indirecta a favor de la realidad de la materia oscura con base en observaciones de lente débil (*weak-lensing*) de la colisión de dos grupos (*cluster merger*). Hoy en día, gran parte de la comunidad en astrofísica parece estar de acuerdo en que: "[e]l desplazamiento observado entre el volumen de bariones y el potencial gravitacional demuestra la presencia de la materia oscura para los supuestos más generales concernientes a la conducta de la gravedad" (Clowe *et al* L112).

Articulemos la postulación de la materia oscura en términos de una inferencia a la mejor explicación:

> **(P1)** Se observan algunos fenómenos gravitacionales anómalos (tales como la curvatura de la luz y la curvatura de las órbitas de las galaxias, que no se pueden explicar considerando solo los datos actuales respecto de la masa observable total del universo y sus efectos gravitacionales esperados).
> **(P2)** Si postuláramos la realidad de la materia oscura, explicaríamos **(P1)**.
> Por consiguiente,
> **(C)** Tenemos una razón para creer que la materia oscura probablemente (*likely*) existe.

Ahora bien, podría sostenerse que la inferencia a la mejor explicación se presta adecuadamente para dar cuenta de escenarios científicos como este. La discusión a este respecto da lugar a otro gran debate en filosofía general de las ciencias, relativo a la racionalidad de la generación de hipótesis en ciencias. Sin embargo, lo que me interesa mostrar es que, aun cuando se acepte lo anterior, ello no resulta suficiente para defender la idea de que la inferencia a la mejor explicación puede aplicarse de igual manera a la postulación de entidades matemáticas. El caso de la introducción del supuesto ontológico inobservable de la materia oscura en astrofísica es diferente al de la defensa que el platonismo matemático hace de la realidad de las entidades matemáticas. Las actitudes epistémicas que la comunidad científica y la comunidad matemática profesan con relación a la postulación de las entidades físicas y matemáticas, respectivamente, tienen que matizarse con cuidado.

En el presente caso, la comunidad científica relevante acepta la postulación de la materia oscura como un supuesto explicativo genuino dado que responde a criterios específicos. Por ejemplo, en astrofísica se evalúa la posibilidad de llevar a cabo detecciones exitosas de la materia oscura en el curso de la investigación. Asimismo, se espera realizar mediciones de los posibles diversos aspectos de la materia oscura. Se construyen predicciones que se fundamentan en el supuesto de la realidad de la entidad en cuestión, las cuales difícilmente podrían haberse articulado sin contar con ella. Téngase en cuenta que la comunidad en astrofísica ha llevado a cabo detecciones indirectas, mediciones indirectas, experimentos indirectos y predicciones indirectas, que en general funcionan si se asume que algo como la materia oscura forma parte del entramado físico de los fenómenos a una escala cósmica. Todo esto hace que la materia oscura sea una entidad teórica inobservable que se postula con cierta razón en términos de una inferencia a la mejor explicación.

Hasta donde sabemos, ni la práctica científica ni la matemática ofrecen un argumento a favor de la apelación a la inferencia a la mejor explicación en la defensa del AIO. ¿Esperan ellas confirmar o refutar la realidad de las entidades matemáticas por medio de experimentos? ¿Nos ofrecen razones para creer que las entidades matemáticas forman parte del entramado causal de los fenómenos físicos? La situación no parece ser promisoria para el defensor del AIO.

A favor de la aproximación epistémica, todo lo que necesita mostrar quien defiende el AIE es que las matemáticas se aplican a las ciencias exitosamente; que ciertas áreas de las matemáticas aplicadas resultan epistémicamente indispensables en diversos casos; pero que nada de ello nos conduce a postular la realidad de las entidades matemáticas, como lo sugiere el AIO o la inferencia a la mejor explicación que se quiere emplear en defensa de la ontología matemática. No podemos pasar por alto con tan facilidad el hecho de que no estamos en una posición que nos permita detectar, rastrear o medir las entidades matemáticas en un sentido interesante, como sí lo hacemos con las entidades físicas (Azzouni; Bueno).

## 7. Observaciones finales: nuevas direcciones en el debate reciente

La literatura reciente ha mostrado que la formulación que el platonismo matemático ofrece del AIO descansa sobre cimientos débiles. A saber, los supuestos filosóficos del holismo confirmacional y del naturalismo, que subyacen a **(P1)**, parecen estar en conflicto con la práctica matemática. En contra de esta concepción, el presente artículo ha elaborado y defendido el AIE, que propone interpretar la idea de la indispensabilidad en **(P2)** en clave epistémica, a saber, el AIE defiende la independencia epistémica de las matemáticas puras y aplicadas. Según ****(P2)**, las matemáticas puras tienen a su disposición sus propias metodologías y estándares de racionalidad, que establecen los criterios de progreso y de corrección de la disciplina. En cambio, según ***(P1)**, las matemáticas aplicadas contribuyen al éxito epistémico de las ciencias, sin requerir en principio de aplicaciones a las ciencias para confirmar la verdad de sus teorías, ni menos aún para postular la supuesta realidad de las entidades matemáticas.

Entre otras estrategias, el platonismo matemático ha intentado defender el AIO apelando a la inferencia a la mejor explicación, puesto que asumir la realidad de las entidades matemáticas, a la par que las físicas, explicaría de mejor manera la cuantificación sobre entidades matemáticas en las teorías científicas. Sin embargo, hemos revisado una serie de argumentos en contra de esta postura. Primero, no es clara la relación entre la inferencia a la mejor explicación y el AIO; segundo, tenemos buenas razones para robustecer la distinción entre las entidades matemáticas y las físicas; y tercero, a pesar de que algunos sostengan que la inferencia a la mejor explicación pueda funcionar en la postulación de entidades físicas, resulta difícil ver que ostente el mismo poder en relación con las entidades matemáticas. Pareciera ser, en cambio, que la comunidad matemática no necesita preocuparse de si tienen o no que adoptar compromisos ontológicos con entidades matemáticas, sino solo de asegurar el éxito epistémico de las matemáticas puras y aplicadas.

Un giro reciente en la discusión, que no hemos examinado en el presente trabajo, es el del argumento de la indispensabilidad extendida (Baker 2009; Baker & Colyvan 2011; Daly & Langford). Esta discusión refiere al rol indispensable de las matemáticas en la explicación de los fenómenos físicos. Se señalan casos en los cuales cuando se remueve el contenido físico de la explicación todavía nos queda una explicación intrínsecamente matemática. Esta es la formulación del *argumento de la indispensabilidad extendida*:

> **(P1e)** Tenemos que creer en la existencia de cualquier entidad que desempeñe un rol explicativo indispensable en nuestras mejores teorías científicas actuales.
> **(P2e)** Las entidades matemáticas desempeñan un rol explicativo indispensable en las ciencias.
> Por consiguiente,
> **(Ce)** Tenemos que creer en la existencia de las entidades matemáticas.

Este argumento contribuye a esclarecer el alcance de la indispensabilidad, en la medida en que destaca el rol de las matemáticas en la explicación científica en particular. Con todo, podemos dejar pendiente una revisión más detallada de esta propuesta. Basta, por lo pronto, con notar que esta nueva versión es solamente un refinamiento del AIO estándar, con el cual comparte el objetivo de intentar convencernos de la realidad de las entidades matemáticas sobre la base de consideraciones epistémicas acerca de su rol en las ciencias.

En resumen, en contra de los desarrollos recientes de la aproximación extendida, el AIE propone una defensa de la indispensabilidad epistémica sin ontología. Vale decir, podemos reconocer los muchos y diversos beneficios de las matemáticas en las ciencias sin tener que, por ello, cargar sobre nuestros hombros una ontología espuria de entidades matemáticas. Nuestro trabajo, sin embargo, no está del todo completo. Quedan otros pasos que dar en la misma dirección. El AIE se beneficiaría con una investigación de casos específicos de aplicación de matemáticas en la investigación científica; tal trabajo le daría cuerpo a la premisa ***(P2)** del *AIE. Igualmente, un examen detallado de las metodologías y estándares de racionalidad de las matemáticas puras permitiría fortalecer nuestra premisa ****(P2)** del **AIE. Esta es la línea de investigación que ha cobrado fuerza en los años recientes (Bueno

& French; Pincock) y ha dado lugar a una de las discusiones interesantes y vivas en la filosofía general de las ciencias y en la filosofía de las matemáticas aplicadas en particular.

## TRABAJOS CITADOS

Arabatzis, Theodore. *Representing Electrons. A Biographical Approach to Theoretical Entities*. Chicago: The University of Chicago Press, 2006.

Azzouni, Joddy. *Deflating Existential Consequence*. New York: Oxford University Press, 2004.

Baker, Alan. "Are There Genuine Mathematical Explanations of Physical Phenomena". *Mind Oxford* 114.454 (2005): 223-238.

_____. "Mathematical Explanation in Science". *The British Journal for the Philosophy of Science* 60 (2009): 611-633.

Baker, Alan y Mark Colyvan. "Indexing and Mathematical Explanation". *Philosophia Mathematica* 19.3 (2011): 323-334.

Balaguer, Mark. *Platonism and Anti-Platonism in Mathematics*. New York: Oxford University Press, 1998.

Bangu, Sorin. *The Applicability of Mathematics in Science: Indispensability and Ontology*. London: Palgrave Macmillan, 2012.

Bueno, Otávio. "Constructive Empiricism, Again". *Scientific Structuralism*. Eds. Peter Bokulich y Alisa Bokulich. Springer: Dordrecht, 2011. 81-103.

Bueno, Otávio y Steven French. *Applying Mathematics: Immersion, Inference, Interpretation*. Oxford: Oxford University Press, 2018.

Clowe, Dove, Maruša Bradač, Anthony H. Gonzalez, Maxim Markevitch, Scott Randall, Christine Jones, y Dennis Zaritsky. "A Direct Empirical Proof of the Existence of Dark Matter". *The Astrophysical Journal* 648.2 (2006): L109-L113.

Colyvan, Mark. *The Indispensability of Mathematics*. Oxford: Oxford University Press, 2001.

_____. *An Introduction to the Philosophy of Mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press, 2012.

Daly, Christopher y Simon Langford. “Mathematical Explanation and Indispensability Arguments”. *The Philosophical Quarterly* 59.237 (2009): 641-658.

Field, Hartry. *Science without Numbers. A Defence of Nominalism*. Princeton: Princeton University Press, 1980.

_____. *Realism, Mathematics and Modality*. New York: Basil Blackwell, 1989.

Freese, Katherine. “The Dark Side of the Universe”. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research* 559.2 (2006): 337-340.

Lange, Marc. *An Introduction to the Philosophy of Physics: Locality, Fields, Energy, and Mass*. New York: Blackwell, 2002.

Leng, Mary. “What’s Wrong with Indispensability? (Or, the Case for Recreational Mathematics)”. *Synthese* 131.3 (2002): 395-417.

_____. *Mathematics and Reality*. Oxford: Oxford University Press, 2010.

Maddy, Penelope. “Taking Naturalism Seriously”. *Logic, Methodology and Philosophy of Science IX*. Eds. D. Prawitz, David, B. Skyrms y D. Westerstahl. Netherlands: Elsevier, 1994. 383-407.

_____. “Naturalism and Ontology”. *Philosophia Mathematica* 3.3 (1995): 248-270.

_____. *Naturalism in Mathematics*. Oxford: Oxford University Press, 1997.

Melia, Joseph. “Weaselling Away the Indispensability Argument”. *Mind* 109.435 (2000): 435-479.

Morrison, Margaret. *Reconstructing Reality. Models, Mathematics, and Simulations*. Oxford: Oxford University Press, 2015.

Musgrave, Alan. “Arithmetical Platonism: Is Wright Wrong or Must Field Yield?” *Essays in Honor of Bob Durrant*. Ed. Martin Fricke. University of Otago Press, 1986. 90-110.

Pincock, Christopher. *Mathematics and Scientific Representation*. Oxford: Oxford University Press, 2012.

Psillos, Stathis. “Anti-Nominalistic Scientific Realism: A Defence”. *Properties, Powers and Structures. Issues in the Metaphysics of Realism*. Eds. Alexander Bird, Brian Ellis and Howard Sankey. London and New York: Routledge, 2012.

Quine, Willard van O. “On What There Is”. *The Review of Metaphysics* 2.5 (1948): 21-38.

_____. “Two Dogmas of Empiricism”. *The Philosophical Review* 60.1 (1951): 20-43.

_____. *Quintessence. Basic Readings from the Philosophy of W. V. Quine*. Ed. Roger F. Gibson. Cambridge, Mass: Harvard University Press, 2004.

Resnik, Michael. *Mathematics as a Science of Patterns*. Oxford: Clarendon Press, 1997.

Saatsi, Juha. “The Enhanced Indispensability Argument: Representational Versus Explanatory Role of Mathematics in Science”. *British Journal for the Philosophy of Science*, 62.1 (2011): 143-154.

Sober, Elliot. “Mathematics and Indispensability”. *The Philosophical Review* 102.1 (1993): 35-57.

Steiner, Mark. *The Applicability of Mathematics as a Philosophical Problem*. Harvard: Harvard University Press, 1998.

Tegmark, Max. *The Mathematical Universe Hypothesis*. New York: Penguin, 2014.