

# CONTRAFÁCTICOS CUÁNTICOS: APROXIMACIÓN LÓGICO-FILOSÓFICA A LAS MEDIDAS CUÁNTICAS SIN INTERACCIÓN\*

## QUANTUM COUNTERFACTUALS: LOGICAL-PHILOSOPHICAL APPROACH TO QUANTUM INTERACTION FREE MEASUREMENTS

JOSÉ ALEJANDRO FERNÁNDEZ CUESTA  
Universidad Complutense de Madrid  
Universidad Rey Juan Carlos  
Madrid, España.  
josealef@ucm.es  
<https://orcid.org/0000-0002-9637-9291>

CARMEN SÁNCHEZ OVCHAROV  
Universidad Camilo José Cela  
Madrid, España.  
carmen.sanchez.ov@gmail.com  
<https://orcid.org/0000-0002-7370-9040>



### RESUMEN

Este artículo presenta una aproximación lógico-filosófica al problema de las medidas sin interacción (IFM, por sus siglas en inglés) presentes en ciertos experimentos físicos mecánico-cuánticos. Se explicitarán tanto las posibles vías para abordar el estudio de las IFM desde una perspectiva formal, como algunos de los principales retos a la hora de llevar a cabo dicha aproximación.

**Palabras clave:** contrafacticidad; contrafáctico lógico; condicional; contrafáctico cuántico; lógica cuántica; medidas sin interacción; formalización.

\* Este artículo se debe citar: Fernández Cuesta, José A. y Sánchez Ovcharov, Carmen. "Contrafácticos cuánticos: aproximación lógico-filosófica a las medidas cuánticas sin interacción". *Revista Colombiana de Filosofía de la Ciencia* 23.46 (2023): 313-337. <https://doi.org/10.18270/rcfc.v23i46.3841>

## ABSTRACT

The present paper introduces a logical-philosophical approach to the interaction free measurements (IFM), which are related to some quantum physical experiments. The ways of addressing the study from a formal perspective will be explained, as well as some of the main challenges that emerge when carrying out this approach.

**Keywords:** counterfactual; logical counterfactual; implication; quantum counterfactual; quantum logic; interaction-free measurements; formalization.

## 1. INTRODUCCIÓN

Durante los últimos años han surgido un gran número de investigaciones centradas en el estudio de las *medidas sin interacción* o *interaction free measurement* (IFM, por sus siglas en inglés) en mecánica cuántica, entre las que destaca el artículo de Elitzur y Vaidman (1993). Sin embargo, el auge de estos estudios físicos, matemáticos e informáticos centrados en la caracterización de dichas medidas *contrafácticas* y, especialmente, los dedicados al estudio de sus aplicaciones computacionales (a partir de la computación contrafáctica)<sup>1</sup> no deben hacernos perder de vista que una correcta interpretación de su significado involucrará nociones eminentemente lógico-filosóficas. En concreto, entrarán en juego categorías propias de la *filosofía de la física* (ya que este tipo de medidas son usadas por algunos físicos como un argumento a favor de ciertas interpretaciones de la mecánica cuántica), de la ontología e, incluso, de la filosofía de la ciencia en general (pudiendo encuadrarse como un argumento decisivo en el tan desgastado debate *realismo-instrumentalismo*). Sin embargo, a un nivel más fundamental de estudio de estructuras, la primera caracterización que propone-

---

<sup>1</sup> Kwiat et ál. (1998) y Vaidman (2019a).

mos realizar en el presente artículo es la de su estudio lógico-formal, no solamente porque esto asegure que toda reflexión posterior pueda basarse en una aproximación semántica elemental, sino también por los beneficios que una caracterización formal consistente ofrecería a las propias investigaciones físico-matemáticas y, en su caso, computacionales. Tratar de ofrecer aquí dicha caracterización escaparía de los límites del presente trabajo, por lo demás introductorio, pero sí es pertinente tratar de asentar las bases para poder realizar dicho ejercicio constructivo en un futuro esperemos no muy lejano.

Muchos de los resultados de la mecánica cuántica se han tomado como *paradójicos* y se han utilizado para argumentar que la lógica clásica, en el sentido de *booleana*, estaría obsoleta (especialmente los relativos a la no-localidad). Ha habido incluso proyectos, por lo demás nada marginales,<sup>2</sup> que se han propuesto refundar todo el edificio de la lógica sobre la base de los nuevos resultados cuánticos, no solamente proponiendo que la lógica formal pudiera ser una ciencia *empírica*, sino, además, cuestionando todas sus conquistas por basarse en unos presupuestos erróneos. Sin duda alguna, el estudio de las IFM basado en una caracterización formal parcial, incompleta o incorrecta podría llegar a desempeñar un papel semejante al que jugó el famoso experimento de la doble rendija en los ejemplos de discusión anteriores. Esperamos que el presente artículo sirva como advertencia para cualquier proyecto que pretenda estudiarlas a partir de la realización de un ejercicio de aproximación formal. Pero, sobre todo, esperamos que la presente investigación sirva para sentar las bases de un análisis lógico riguroso de la contrafactividad cuántica, para permitir el acceso a su estudio a cualquier interesado no especialista en interferometría cuántica y, en último término, para reivindicar una metodología de disolución de problemas interdisciplinar en la que compaginar estudios especializados en física y en lógica sea la clave procedimental.

---

<sup>2</sup> Birkhoff y von Neumann (1936) sentaron las bases del proyecto conocido como *lógica cuántica* cuya versión más radical propugnó Putnam (1969) pero que, finalmente, fue abandonado tras ofrecer más retos que soluciones. Por este último motivo no nos centraremos en su estudio.

Atendiendo a estos fines, en la segunda sección presentaremos el funcionamiento de los dispositivos sobre los que se realizan estas medidas sin interacción: los *interferómetros Mach-Zehnder* y su modificación para detectar objetos opacos, conocida como *detector de bombas cuántico de Elitzur-Vaidman*. En la tercera sección analizaremos los retos a los que se ha de enfrentar toda aproximación formal, apuntando las claves (y los límites) para poder realizar dicho ejercicio en un futuro de manera consistente.

## 2. MEDIDAS SIN INTERACCIÓN

### 2.1. INTERFERÓMETROS Y FOTONES

El interferómetro Mach-Zehnder (figura 1) es un dispositivo que originalmente se diseñó para estudiar el comportamiento cuántico de los fotones a través de la emisión de haces de luz que se harían pasar por un juego de espejos.<sup>3</sup> Estos espejos modificarían las fases de los haces. El montaje cuenta con un emisor, dos espejos (E1 y E2), dos divisores del haz o *beam splitters* (DH1 y DH2) y dos detectores (D1 y D2). Cuando el haz incide sobre un divisor que hace las veces de un espejo semireflectante, se consigue una reflexión del 50 % y una transmisión también del 50 %. En este contexto, lo anterior se traducirá en una probabilidad de  $\frac{1}{2}$  de que el fotón sea reflejado y de otro  $\frac{1}{2}$  de que sea transmitido.

---

<sup>3</sup> Cfr. Grynberg, Aspect & Fabre (2010).

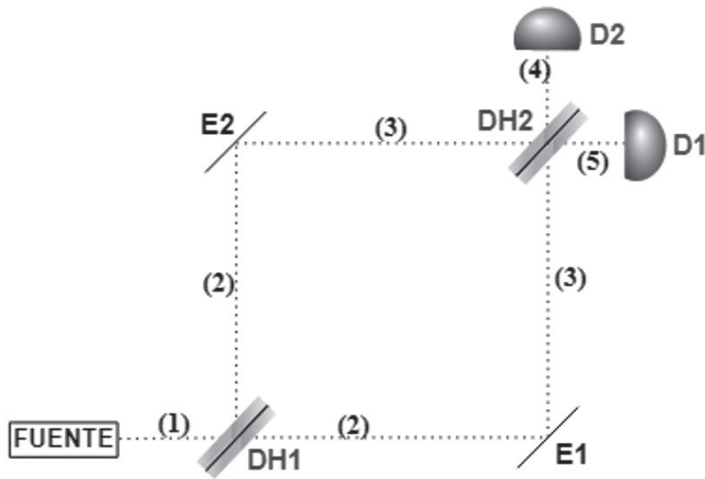


Figura 1. Esquema de un interferómetro Mach-Zehnder

Cuando se produce la reflexión (ya sea en un espejo o en la superficie *semiespejada* de un divisor de haz), se introduce una *fase*<sup>4</sup> que daría lugar a un *desfase* respecto del estado inicial del haz. Si pensamos en una onda luminosa que viaja incidente, este desfase, de  $\pi/2$ , implicará en la onda reflejada un desplazamiento de  $\lambda/4$  (siendo  $\lambda$  la longitud de onda). Es decir, si la onda reflejada volviese a interactuar con la onda incidente tras dos reflexiones, la interferencia sería completamente destructiva, y si, además, introducimos la misma fase de nuevo, la onda volverá a su estado original (y en este caso su interacción con un haz como el incidente pasará a ser totalmente constructiva).

Pues bien, supongamos que nuestra fuente emisora de luz es un láser de precisión capaz de emitir fotones uno a uno.<sup>5</sup> Desde una visión clásica del experimento, es decir, corpuscular, uno no esperaría encontrar problemas conceptuales ni resultados

<sup>4</sup> El valor del desfase es marginal y no modifica la presente exposición.

<sup>5</sup> Esto no es algo exento de polémica: muchas de las críticas más serias a la posible implementación de mecanismos computacionales que se basen en este tipo de interferómetros cuestionarán la posibilidad de emisión de fotones uno a uno.

sorprendentes. Sin embargo, de manera muy similar a como sucede con el famoso experimento de la doble rendija, lo que encontramos es que el *fotón* muestra un comportamiento que, a menudo,<sup>6</sup> suele describirse como *una interferencia consigo mismo*.

Si representamos como  $| \rightarrow \rangle$  el estado del fotón que viaja hacia la derecha y como  $| \uparrow \rangle$  el del fotón que recorre el camino hacia arriba, podemos escribir el estado del fotón para el camino (1) como:  $| \rightarrow \rangle$ . Y, si tenemos en cuenta que en la transmisión en DH1 no se introduce ningún tipo de desfase, en el camino (2) tendremos el estado de superposición:  $1/\sqrt{2} (i|\uparrow\rangle + |\rightarrow\rangle)$ . En el camino (3), tras ser reflejado el fotón en los espejos E1 y E2, obtenemos el siguiente estado superposición:  $1/\sqrt{2} (-|\rightarrow\rangle + i|\uparrow\rangle)$ . Lo que sucede en DH2 es que el fotón interfiere consigo mismo, dando como resultado una interferencia destructiva en D2 y constructiva en D1. En el camino (4), el estado se anula y D2 no detenta nada. Y en el camino (5), el estado final es:  $-\rightarrow\rangle$ .

Este interferómetro, con dicho funcionamiento cuántico, es la base material del detector cuántico de bombas Elitzur-Vaidman, mecanismo en que se producen las IFM y la contrafacticidad cuántica.

## 2.2. BOMBAS CUÁNTICAS

El dispositivo propuesto por Elitzur y Vaidman (1993, 1994) no presenta cambios estructurales respecto al interferómetro anterior, tan solo se añade la presencia de un objeto opaco, definido como *bomba*, en uno de los caminos, como indica en la figura 2. Esta modificación es mínima a nivel de montaje pero provocará una interrupción y la pérdida del patrón de interferencia. Definimos la bomba como un objeto sensible al contacto con el fotón tal que, si se produce dicho contacto, la bomba explota de manera perceptible.

---

<sup>6</sup> El presente artículo se aproxima al fenómeno sin dotarlo de una interpretación ontológica, es decir, estudiando simplemente la exposición de las ecuaciones representativas del estado cuántico desde una *interpretación clásica* pero sin llegar a incidir en aquellos aspectos problemáticos para las interpretaciones de la mecánica cuántica (en concreto relativos a la dotación de significado de la no-localidad) ni, por tanto, comprometerse con el hecho de que dichas ecuaciones sean o no *descriptivas*.

A continuación, mostramos los sucesivos estados del fotón cuando hay una bomba (figura 2), teniendo en cuenta que el estado correspondiente a la explosión de la bomba está representado por  $|boom\rangle$ . En el camino (1), antes de la bomba, el estado del fotón no se ve afectado. En el camino (2), antes de que el fotón entre en contacto con la bomba, obtenemos el estado  $1/\sqrt{2}(|\rightarrow\rangle + i|\uparrow\rangle)$  y tras pasar por el lugar donde está la bomba, tenemos:  $1/\sqrt{2}(i|\uparrow\rangle + |boom\rangle)$ . En el camino (3) obtenemos  $1/\sqrt{2}(|\rightarrow\rangle + |boom\rangle)$ . Y, finalmente, en los caminos (4) y (5), tras pasar por DH2, el estado total es  $-1/2|\rightarrow\rangle - i/2|\uparrow\rangle + 1/\sqrt{2}|boom\rangle$  siendo las probabilidades, respectivamente (tras elevar al cuadrado):  $1/4$  de encontrar el fotón en D1 y D2 y  $1/2$  de que la bomba explote.

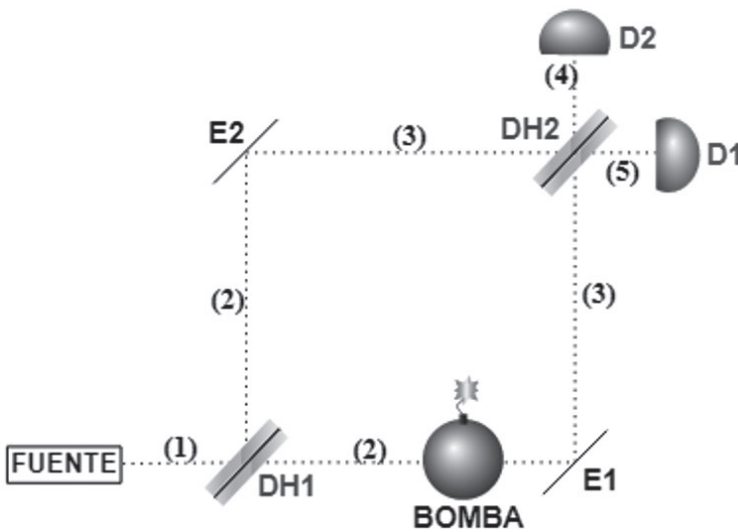


Figura 2. Esquema del detector de bombas cuántico Elitzur-Vaidman

Sin embargo, esta última probabilidad no ocurre cuando la bomba no está presente. Esto significa que la presencia de la bomba introduce una probabilidad de  $1/4$  de detectar su presencia sin que el fotón haya interactuado (aparentemente) con ella ya que no se produce explosión.

Este peculiar caso, en el que el fotón no interacciona (aparentemente)<sup>7</sup> con la bomba, sino que es detectado por D2, es lo que se conoce como *medida sin interacción o interaction free measurement* (IFM). Recibe este nombre del hecho que supone haber determinado la presencia de la bomba en el dispositivo sin hacerla explotar: de manera *contrafáctica*.

### 2.3. DIFICULTADES CONCEPTUALES Y ANALOGÍAS LIMITADAS: HACIA UNA APROXIMACIÓN LÓGICO-FORMAL

Elitzur y Vaidman (1993) recurren a una analogía de corte clásico para ofrecernos una caracterización simplificada del fenómeno de la contrafacticidad:

Por ejemplo, asumamos que se sabe que hay un objeto colocado en una caja y que tenemos dos. Mirar en el interior de una y no hallarlo nos dice que el objeto se encuentra en la otra caja (Elitzur & Vaidman 1993 2).

Sin embargo, en nuestro caso, tenemos tres opciones distintas (y no dos). En el ejemplo de las cajas, abrir una y ver el objeto en su interior sería el análogo a la explosión de la bomba y observar que la caja esta vacía, a la detección en D1. Pero la detección en D2 no puede representarse. La incompletitud de la analogía solamente es muestra de la dificultad conceptual frente a la que nos encontramos y la naturaleza cuántica de las IFM.

---

<sup>7</sup> Cfr. supra nota a pie de página 4. Una aproximación al significado de la contrafacticidad cuántica desde la interpretación de los muchos-mundos sí que asumiría que existe, *de hecho*, interacción, solo que esta ocurrirá en un *mundo* diferente a aquel en el que se realiza la medición (cfr. Everett 1957). La interpretación acerca de la interacción del fotón con la bomba a partir de la función de onda ortodoxa o bien de la interpretación de *muchos-mundos* no afecta, por lo demás, a la aproximación formal del estudio de las IFM. Dejamos para otro momento, por tanto, el comprobar si un formalismo adecuado que permita abordar desde un estudio lógico correcto la contrafacticidad cuántica se relaciona (y cómo lo hace) con esta discusión.



Elitzur y Vaidman afirman que “lo que nos lleva a inferir que un objeto se encuentra en un determinado lugar realizando una medida sin interacción era la información sobre el objeto previa a la medida” (1993 3), destacando que, en el caso clásico de la analogía, es precisamente esa información previa la que permite realizar la inferencia siguiente: *si abro la primera caja y está vacía, el objeto se encuentra en la otra caja*. Y sin el acceso a esta información previa, por la que el objeto está en una y solo en una de las dos cajas, no podré conocer con certeza dónde está el objeto asomándome solamente a una de las dos (podría no estar en ninguna caja).

Lo sorprendente de la contrafacticidad cuántica es que no existe un equivalente a *esa información previa*; no sabemos de partida, siquiera, si hay o no una bomba colocada en el interferómetro. Elitzur y Vaidman distinguen el caso clásico de las cajas del caso cuántico preguntándose si es posible obtener conocimiento acerca de la “existencia de un objeto en un determinado lugar usando medidas sin interacción *sin ninguna información previa* sobre el objeto” (1993 3), es decir, preguntándose cómo podemos obtener información “sobre una región del espacio sin ninguna interacción en dicha región ni en el pasado ni en el presente” (1993 12) o si al suponer que haya un objeto (bomba) tal que, en contacto con un fotón, explote, podríamos entonces diseñar un “experimento que pruebe una bomba sin explotarla”, algo más “fácil que probar la existencia de un objeto en una región concreta del espacio sin tocarlo” (1993 11).

Siguiendo a Elitzur y Vaidman, podemos definir las IFM como un *método mecánico-cuántico que permite detectar la presencia de una bomba tal que, si el fotón interactuara con la bomba, esta explotaría, pero sin que, de hecho, se produzca la explosión*.

Esta definición, sin duda, parece atender contra una serie de reglas lógicas de manera que nos sitúa, al menos en apariencia, ante el dilema de si salvar o bien un resultado experimental o bien una serie de principios lógicos con sus contrapartes ontológicas (como el principio de contradicción, identidad, tercio excluido, etc.), pero en ningún caso ambos. Además, es la lectura ortodoxa (à la Copenhague) la que fundamenta<sup>8</sup> esta aparente incompatibilidad pues las características del dispositivo, para

---

<sup>8</sup> Cfr. Nota a pie de pág. 5.

una medición concreta, “están diseñadas para uno de los modelos [el ondulatorio o el corpuscular], con lo cual, las condiciones iniciales del experimento, por sí mismas, no permiten detectar dos modelos [y] *solo la teoría decide lo que podemos medir*” (Sánchez Ovcharov 2018 37, cursivas originales en el texto). En el caso de las IFM, la función de onda, en tanto que onda de probabilidad, sería la que produciría, de hecho, dicha aparente interacción<sup>9</sup> (predicha por sus efectos informativos), constatando que, de facto, no habría ninguna interacción causal (y no meramente sin ser capaces de constatarla *de facto*). Como hemos mencionado, una interpretación realista, en que sí se asume una interacción *de facto* capaz de salvar el fenómeno y deshacer la paradoja (asumiendo que sí se produce un impacto del fotón en la bomba), exige una lectura determinista del comportamiento del fotón. Es el caso de la interpretación de *muchos-mundos* (Everett 1957; Vaidman 1998, 2000, 2001, 2009, 2019b, 2021), donde el “precio a pagar” es *situar* dicha interacción en otro mundo existente.

Esta es, precisamente, la primera motivación de fondo para abordar el estudio de las IFM desde una perspectiva lógico-formal: si se lograra ofrecer una caracterización formal consistente del mecanismo de detección contrafáctica se lograría disolver (más que superar) la aparente paradoja que implica la detección de un objeto sin que medie ningún tipo de interacción con este. Por otro lado, de no poder ofrecer una caracterización lógico-formal del mecanismo de detección de bombas cuánticas, si se señalase cuáles son los límites inherentes a todo cálculo a la hora de llevar a cabo dicha formalización, se lograría ofrecer una correcta formulación del problema al dejar de fundamentarlo en una sorpresa constituida en términos epistemológicos, enmarcando el problema en coordenadas eminentemente ontológicas.

En la figura 3 representamos no solamente los tres posibles resultados del detector de bombas (explosión, detección en D2 y detección en D1) sino, sobre todo, su relación lógica respecto al funcionamiento global del proceso de detección mismo. En ella representamos, mediante líneas discontinuas, el propio proceso de detección

---

<sup>9</sup> Que, en un proceso de reciclaje de fotones en el propio interferómetro hará tender a uno a través del *efecto Zenón* Cuántico (Gherab Martín y Sánchez Ovcharov 2010).

contrafáctico y, con líneas continuas, el resto de los resultados. Por tanto, es patente que el proceso de detección contrafáctico es un caso particular en el que no se produce explosión y, sin embargo, el fotón es detectado en D2. Esto no sería problemático si se recorriese un camino en el que hubiera un objeto, pero el problema conceptual reside en que, en este caso, el fotón, de hecho, *no* recorre el brazo del interferómetro en que se encuentra el objeto y, aún así, ambos se afectan.

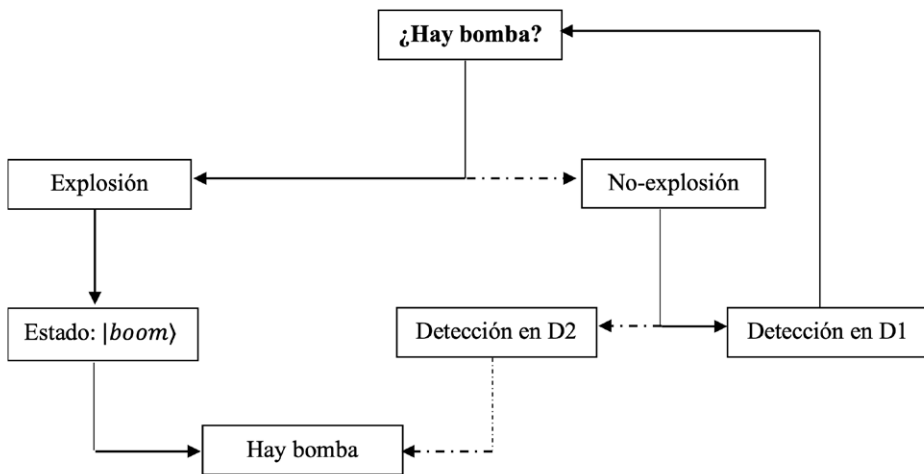


Figura 3. Diagrama de flujo representativo del funcionamiento del detector de bombas cuántico

La presencia de la bomba altera la interferencia del fotón consigo mismo al final del recorrido, por lo que entre el fotón y la bomba existe algún tipo de influencia, pero no una interacción genuina en el sentido clásico<sup>10</sup> ya que esto solamente se daría en el caso en que se produjera una explosión.

<sup>10</sup> Causal.

### 3. FORMALIZACIONES

#### 3.1. CONDICIONAL HIPOTÉTICO

Gherab Martín y Sánchez Ovcharov (2010), siguiendo a Kwiat, proponen abordar estos resultados como condicionales o implicaciones materiales. Sin embargo, esta posible vía de formalización es altamente limitada. La manera tradicional de estudiar la contrafacticidad en las IFM se ha basado en su lectura como una *interpretación* (en el sentido lógico de combinación de valores o fila de una tabla de verdad) del condicional, comúnmente conocida como *hipotética* o *subjuntiva*: aquella en la que el condicional es verdadero siendo el antecedente y el consecuente falsos.<sup>11</sup>

Esto tiene cierto sentido; si el antecedente de un condicional,  $p$ , representa la proposición “el fotón interacciona con la bomba” y el consecuente,  $q$ , la proposición “la bomba explota”, entonces podríamos admitir que en esta interpretación subjuntiva el condicional es verdadero aún cuando ni hay interacción ni hay explosión.

El propio Vaidman (2003) introduce este condicional cuando señala que: “*La simple lógica nos lo dice: dado que cualquier interacción devuelve una explosión y dado que no ha habido explosión, se sigue que no ha habido interacción*” (Elitzur & Vaidman 1993 495, cursivas propias).

Este razonamiento, que es un caso de modus tollens, se puede formular como  $p \rightarrow q, \neg q \vdash \neg p$  que, a partir de la contraposición del condicional puede expresarse como  $p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$  y, por tanto, el condicional que habíamos llamado subjuntivo.

Sin embargo, este condicional, como acabamos de ver, es equivalente al condicional ordinario (y la única vía de formular un condicional en el que se nieguen explícitamente antecedente y consecuente). El límite de esta aproximación es una

---

<sup>11</sup> Aunque puede que se deba a Kant la terminología empleada por la popularidad que ha alcanzado su clasificación de los juicios de la *Crítica de la razón pura*, esta distinción ya estaba presente en las discusiones modales de las escuelas megáricas y estoicas en la Grecia Antigua (cfr. Fernández Cuesta 2021).

carencia intrínseca al propio formalismo: un enunciado del tipo  $(p \rightarrow q) \cup (\neg p \cup \neg q)$  simplemente recoge una relación lógica formal en la que se expresa que un condicional (cualquiera) será verdadero aún cuando antecedente y consecuente sean falsos. Y aplicar cualquier regla de interdefinición de conectivas (como pueda ser la contraposición) devolverá resultados formalmente equivalentes, pero materialmente inadecuados (carentes de interpretación física).

Debido a los límites de aproximación desde el simple condicional, Gherab Martín y Sánchez Ovcharov (2010) se vieron forzados a introducir una distinción entre resultados contrafácticos *informativos* y *no-informativos*, exigiendo cautela a la hora de calificar un resultado como propiamente contrafáctico. El condicional hipotético aislado no será en ningún caso suficiente para discernir entre enunciados contrafácticos informativos y no-informativos. Y tanto Mitchison y Jozsa (2001) como Gherab Martín y Sánchez Ovcharov, al referirse a los resultados contrafácticos informativos, entienden que la detección contrafáctica no es sino “una detección que incluye una situación expresada en un condicional contrafáctico verdadero” (2010 129). Este es el punto en que se produce una gran pérdida de información que impide dar cuenta de la contrafactividad (no reducible, en ningún caso, a la meramente informativa).

Desde esta perspectiva, los tres resultados posibles se satisfarían, no solamente el condicional hipotético, sino también en otras interpretaciones (por ejemplo, en las que no hay impacto, pero sí explosión, con el antecedente falso y el consecuente verdadero). Por esto mismo, aun cuando se introduzca una distinción entre contrafactividad informativa y no-informativa, estaremos todavía desprovistos de un criterio capaz de distinguir entre ambos tipos de contrafactividad. La única manera de hacerlo es *ad hoc* e introduciendo, además, otra distinción entre contrafactividad material (la que encontramos en el propio dispositivo) y formal (la que se hace coincidir con ciertas interpretaciones de algunas conectivas).

Lo único que el condicional ofrece es, por tanto, una definición, en el mejor de los casos de tipo funcional, del dispositivo de la bomba cuántica.

### 3.2. DOS PROPOSICIONES

Atendiendo a lo anterior, podría matizarse la idea de *contrafactividad* definiéndola como todo procedimiento mecánico-cuántico que permita determinar, a partir de un resultado concreto (la detección en D2 tras el reflejo en DH2), la detección efectiva de un objeto que explotaría al interactuar con cualquier sistema, que permitiera además determinar su presencia como resultado sin que este explote y, por tanto, sin interacción (al menos aparente) con él. Entonces, la detección contrafáctica formalizada debería incorporar una cierta relación entre otras dos proposiciones (en principio, formuladas en forma de dos condicionales).<sup>12</sup>

Por tanto, cualquier aproximación lógico-formal que pretenda hacerse cargo de las IFM deberá ofrecer un formalismo capaz de incluir una relación entre dos fórmulas proposicionales no elementales.

### 3.3. CONTRAFACTIVIDAD LÓGICA

Existen en la literatura lógico-filosófica una serie de cálculos conocidos como *contrafácticos*, desarrollados principalmente por Lewis (1973), basados en la idea de definir, precisamente, un *condicional contrafáctico* consistente que tenga entidad propia (y no se limite a una mera interpretación de la implicación material booleana). Introduciremos, a continuación, esta *contrafactividad lógica* y estudiaremos su incapacidad para servir como formalismo adecuado para la *contrafactividad cuántica* descrita en las secciones anteriores.

Debemos señalar dos ideas que alejan la contrafactividad de los cálculos de Lewis de la contrafactividad cuántica: (i) las motivaciones filosóficas por las que se construyen estos cálculos (que nada tienen que ver con la contrafactividad cuántica).

---

<sup>12</sup> Decimos en principio debido a que pudiera ser que otra figura lógica definida, como el bicondicional, se adaptase mejor. Sin embargo, la especificación de la formalización de estos dos enunciados a relacionar habrá de constituir una investigación posterior a la de la naturaleza de su propia conexión.

ca); y (ii) la definición que se hará de contrafacticidad lógica en dichos cálculos (de entrada, equivalente a la enunciación subjuntiva del condicional clásico), que no es sinónima de la contrafacticidad cuántica. Ambas cuestiones bastarán para concluir la incapacidad de estos cálculos contrafácticos como herramientas formales adecuadas en el estudio de las IFM.

Respecto al primer punto, la motivación del nacimiento de los cálculos contrafácticos, como se expresa en Lewis (1973) y Priest (2008), puede entenderse como de carácter *relevantista* (Méndez & Robles 2007). Los lógicos relevantistas o *de la relevancia* buscan generar nuevos cálculos formales que se adecúen al lenguaje natural (es decir, al español, al inglés, alemán, etc.) mejor de lo que lo hacen un cálculo de enunciados o uno de predicados estándar. Los cálculos relevantistas nacen, en concreto, cuando las conectivas clásicas presentan una serie de presuntas paradojas frente a ciertas formulaciones en los lenguajes naturales (o simplemente lenguas habladas). La solución a la mayoría de estas paradojas pasa, para ciertos autores, por rechazar los cálculos clásicos en detrimento de unos nuevos cálculos contrafácticos.<sup>13</sup> Huelga decir que esta lectura de los cálculos contrafácticos (como lógicas de la relevancia) aleja completamente la motivación de formalizar una cierta contrafacticidad subjuntiva de nuestro propósito: el estudio de una contrafacticidad física. Algunas de estas paradojas serían las siguientes:

1. Afirmaciones como las siguientes serían indefectiblemente verdaderas en un cálculo clásico y, sin embargo, no parecen serlo en los lenguajes naturales: “si Madrid está en Francia, entonces  $7 + 5 = 12$ ”, “si Madrid está en España, entonces la capital de Asturias es Oviedo”, “si la capital de Asturias es Avilés, entonces la Luna está hecha de queso”.

---

<sup>13</sup> En este contexto entendemos los cálculos contrafácticos, atendiendo a sus motivaciones, como cálculos relevantistas, aunque la perspectiva habitual es la de exponerlos como cálculos modales. Esto no es excluyente. Si bien su semántica es eminentemente una semántica modal, a su vez, un cálculo modal puede responder a motivaciones relevantistas (buscando mejorar los cálculos clásicos librándolos de las paradojas ya mencionadas) o no hacerlo. Lo que nos interesa es subrayar la motivación última de estas lógicas.

2. Puede haber afirmaciones condicionales que aparentemente tengan el mismo antecedente y el mismo consecuente, pero con valores de verdad claramente diferenciados:
  - a. Si Manuel Pardiñas no asesinó a Canalejas, alguien lo hizo.
  - b. Si Manuel Pardiñas no hubiera asesinado a Canalejas, alguien lo habría hecho.

De las paradojas del tipo dos, que claramente están enunciadas en subjuntivo, surge la respuesta que propone generar un nuevo cálculo con una implicación, es decir, una conectiva que haga las veces de condicional y que, sin embargo, permita matizar estas formulaciones subjuntivas.

De aquí viene, precisamente, la diferencia que mencionábamos en (ii): *contrafáctico* se ha de entender, en estos contextos lógicos, de nuevo, simplemente como subjuntivo o, en terminología lógica clásica, *hipotético*. El significado interpretativo de la conectiva es simplemente un refinamiento para dar entidad propia a la interpretación de la implicación material (en la que es verdadera cuando tanto el antecedente como el consecuente son falsos), que nace a partir de una búsqueda de adecuación con el lenguaje natural.<sup>14</sup>

Sin embargo, ya hemos visto que esto no es suficiente para poder abordar desde un formalismo consistente las IFM, ya no solamente por la incapacidad de relacionar dos enunciados a través de una conectiva de un cálculo de orden cero o de primer orden. Ahora, podemos añadir que lo es también por una cuestión interpretativa del significado mismo de la *contrafactividad cuántica*, que se aleja demasiado de una mera formulación hipotética. En el subjuntivo en español o en inglés, en la interpretación del condicional, en la que es verdadero con antecedente y consecuen-

---

<sup>14</sup> Curiosamente, una de las aplicaciones mayoritarias de las *lógicas contrafácticas* ha sido (y sigue siendo) la filosofía de la ciencia y, en concreto, la filosofía de la física. Se propone estudiar ciertos enunciados físicos susceptibles de ser considerados *leyes naturales* como enunciados de forma *contrafáctica*. Esta es una de las motivaciones del propio Lewis (1973). Sin embargo, nosotros no queremos estudiar la forma lógica de un enunciado nomológico en filosofía de la ciencia, sino aproximarnos formalmente a un experimento concreto.



te falsos, y en el condicional contrafáctico de Lewis encontramos una idea básica: la categoría modal de potencia o posibilidad. Una contrafactividad cuántica como la definida en las IFM es, en cualquier caso, *asertórica*, es *real* y no meramente *hipotética*: detectamos, de hecho, si hay o no hay bomba en un mecanismo implementable y no nos limitamos a especular con qué hubiera podido o podría haber pasado. Es por esto último, y por mor de una mayor claridad conceptual y terminológica por lo que reservaremos el término de *contrafáctico* para la resolución experimental de las IFM. Reservamos el nombre de *subjuntiva* o *hipotética* para la contrafactividad lógica entendida como la interpretación del condicional en que este es verdadero porque antecedente y consecuente son ambos falsos en cualquier cálculo con conectivas -de enunciados o predicados de orden  $n$ - clásicas.

### 3.4. LÓGICAS CUÁNTICAS

Otra alternativa lógica, en principio prometedora, pudiera ser la de estudiar formalmente las IFM a través de las conocidas como *lógicas cuánticas*.<sup>15</sup> Si existe una serie de cálculos lógicos creados para abordar el estudio del núcleo conceptual de la mecánica cuántica, ¿por qué no iban a adecuarse para abordar una formalización correcta de las IFM que, en el fondo, son una consecuencia de la *no-localidad* cuántica?

El desarrollo de una lógica cuántica nace con Birkhoff y von Neumann (1936) pero adquiere relevancia como proyecto con Putnam (1969).<sup>16</sup> Este proyecto físico,

---

<sup>15</sup> Dalla Chiara y Giuntini (2002) ofrecen una panorámica general actualizada de los distintos cálculos cuánticos y sus interrelaciones.

<sup>16</sup> Si bien el proyecto inicial de Birkhoff y von Neumann (1936) era más modesto en sus intenciones (pues pretendía buscar el núcleo lógico de la mecánica cuántica y, aún así, sirvió para asentar muchas de las bases que aún hoy en día se siguen usando como la aproximación a través de los espacios de Hilbert), Putnam propuso leer la lógica cuántica como la lógica correcta e iniciar un proceso revisionista en todos los aspectos, en primer lugar, porque la lógica pasaría a tomarse como un conocimiento empírico y, en segundo lugar, porque la nueva lógica cuántica habría de sustituir (con base en lo anterior) a la vieja lógica booleana.

epistemológico, metafísico y lógico, que llegó a proponer incluso una sustitución de toda la lógica clásica a favor de una nueva lógica cuántica (y la consideración de que la lógica se entendiera ahora como un conocimiento empírico),<sup>17</sup> finalmente terminó fracasando y la pluralidad de cálculos lógico-cuánticos terminaron cayendo en una paradoja metateórica: los cálculos eran inconsistentes y terminaban generando más paradojas y problemas de los que solucionaban (concediendo que llegasen a hacerlo). La solución pasó por incrustar estos cálculos en estructuras (reticulares o algebraicas) superiores tales que, en el momento en que se ganaba consistencia lógica, se perdía ya cualquier atisbo de interpretación física.

Actualmente, con base en lo anterior, se puede entender por *lógica cuántica* o bien (i) el propio formalismo en el que se expone la mecánica cuántica, es decir, el álgebra lineal, los espacios de Hilbert y, en nuestro caso, su exposición en la notación de Dirac; (ii) las estructuras reticulares en las que se insertan los objetos anteriores; (iii) una pluralidad de cálculos inconsistentes; (iv) las estructuras reticulares en que se insertan y con que se relacionan trivialmente estos cálculos, equivalentes a las de (ii); y, finalmente, (v) una concepción informal por la que se hace referencia a algo así como el núcleo conceptual de la propia mecánica cuántica aludiendo, especialmente, a sus problemas interpretativos (usando lógica en su acepción no técnica).

En primer lugar, (i) no es un formalismo lógico adecuado porque no es un formalismo lógico en absoluto; se trata de la simple exposición que hacíamos en las primeras secciones del presente artículo (que históricamente ha ido adquiriendo mayor complejidad); lo mismo puede decirse de (ii) y (iii), que ofrecen un estudio del comportamiento de dichas estructuras a nivel matemático, pero no de la implemen-

---

Así, hoy se conoce por el mismo nombre de lógica cuántica a una gran cantidad de estudios que poco o nada tienen que ver entre sí: desde aquellos que simplemente entienden “lógica” en un sentido vago y simplemente tratan de desentrañar el sentido de las llamadas paradojas cuánticas, hasta la construcción de los cálculos derivados del proyecto revisionista de Putnam.

<sup>17</sup> Bacciagaluppi (2007) critica que, de hecho, aun cuando la lógica fuera un saber empírico, difícilmente se podría sostener que se basaría en resultados experimentales físicos (antes que lingüísticos, neurológicos, biológicos, etc.).

tación de las IFM, en concreto, en un estudio que sea lógicamente consistente y capaz de dotar de significación a la contrafacticidad cuántica. Finalmente, (iv) y (v) han de descartarse por motivos obvios. Un estudio sobre un cálculo que no satisfaga un mínimo de teoremas metalógicos es igual de útil que un estudio en un lenguaje natural, mucho más farragoso y, de hecho, puede que incluso menos fructífero, mientras que (v) ni siquiera se relaciona con la aproximación que pretendemos llevar a cabo.

#### 4. LÍMITES LÓGICOS

Por tanto, una primera solución a todos los límites anteriores podría ser la de incorporar una nueva conectiva (definiendo una nueva relación sincategoremática) que permita realizar esta conexión. Sin embargo, esta posible solución se enfrenta a dos límites: (i) que dicha conectiva *contrafáctica* estará definida *ad hoc*; y (ii) que revestirá un carácter metalógico externo al propio cálculo.

El primer problema se enfrenta a la imposibilidad de definir nuevas conectivas para un cálculo de enunciados de orden cero, un cálculo de predicados y cualesquiera ampliaciones conservadoras de estos dos. Prior (1960) ya mostró que no es posible esta manera de proceder ni siquiera en un cálculo tipo Gentzen. En concreto, Prior ofrecía argumentos en contra de la idea *inferencialista*, por la cual se introducen nuevas conectivas de manera ilimitada en un cálculo a través de las reglas de introducción y eliminación en procesos deductivos. Sin embargo, su prueba terminó determinando que, en un cálculo lógico cualquiera (ya sea expuesto de manera axiomática o por deducción natural), el número de conectivas que podemos introducir es limitado. Esto es algo que se observa claramente al construir una tabla de verdad de todas las posibles combinaciones entre dos fórmulas: con dos valores de verdad, podemos combinar las interpretaciones de dos fórmulas solamente de  $2^2$  maneras. Eso significa que la lista exhaustiva de posibles conectivas (como combinaciones de

las anteriores) será de un total de  $4^2$  (Delgado & Muñoz 2020)<sup>18</sup> y no pueden añadirse más en un cálculo algebraicamente consistente. Por tanto, no es viable, en un cálculo de enunciados, introducir dicha conectiva nueva.

Respecto al segundo problema, se podría plantear la posibilidad de introducir una relación *informal* entre las dos expresiones que compongan la contrafactividad. Sin embargo, esto es lo que el enunciado de la definición de bombas cuánticas de Elitzur-Vaidman hace. Y el precio es el de renunciar a una aproximación formal consistente y adecuada y, por tanto, a todas sus aplicaciones, especialmente, como mencionábamos al comienzo del artículo, a las posibles aplicaciones computacionales.

Podría pensarse, entonces, que en un orden superior tal vez se lograría dar cuenta de dicha relación de contrafactividad. Sin embargo, los límites semánticos serán los mismos para cualquier cálculo de  $n$ -orden. Por otro lado, un operador cuantificacional (o de cualquier otro orden) tampoco logrará resolver la interconexión, de nuevo, por dos motivos: en primer lugar, porque los cuantificadores forzarán simplemente la saturación de variables<sup>19</sup> que, finalmente, devolverán expresiones en lógica de enunciados aun cuando hayan logrado añadirse predicados; en segundo lugar, porque su naturaleza es eminentemente monádica, y, aun cuando se conviniese en definir un predicado relacional, en la definición habría de ser meramente descriptiva y, de nuevo, *ad hoc*.

Es, por tanto, un límite de todo cálculo de enunciados y predicados el no ser capaz de ofrecer un formalismo que pueda aproximarse correctamente al estudio de las medidas sin interacción. Sin duda, determinar esta incapacidad exige un estudio más profundo, y lo mismo si se plantea su estudio a partir de la posibilidad de analizar desde una lógica clásica las estructuras matemáticas (algebraicas y reticulares)

---

<sup>18</sup> Algo que es bien conocido, especialmente desde su popularización por parte de Wittgenstein (2021 4-45).

<sup>19</sup> Independientemente de que sean objetos (primer orden), predicados y relaciones (segundo orden), o cualesquiera otros objetos de orden  $n$ . El problema es trascendental a la escalada de orden por ampliación de cuantificación.

generales, en las que se inserta la propia formulación cuántica estándar. Pero ha de quedar patente que son estos retos los que debe enfrentar cualquier propuesta de aproximación formal que pretenda hacerse cargo de las IFM.

## 5. CONCLUSIONES

Por todo lo anterior, podemos concluir que el condicional hipotético, a veces llamado incluso *contrafáctico*, no es un formalismo adecuado para poder hacerse cargo de las medidas sin interacción cuánticas. Las nociones de *contrafacticidad* lógicas y cuántica, si bien comparten nombre debido a una mínima semejanza (que en ambos casos algo no sucede), no pueden reducirse mutuamente. La contrafacticidad lógica es, en último término, un enunciado en modo subjuntivo, un mero *hipotético* modal que va *contra los hechos* (*contra facta*), en el sentido de que se especula acerca de cosas que no son de hecho. Un contrafáctico cuántico, por el contrario, es contrafáctico porque no se produce un hecho determinado (explosión de la bomba) que, sin embargo, se ha de entender clásicamente (causalmente) como condición necesaria para la detección de una bomba y, sin embargo, también de hecho dicha bomba se detecta. Esto abre la posibilidad, además, de abordar el estudio concreto de las IFMs desde la interpretación de *muchos-mundos* pero ahora restringida a un marco semántico modal, como ha propuesto Wilson (2020), y no desde una mera *semántica clásica* como la presente en las propuestas de Vaidman.

Finalmente, parece algo inherente a todo cálculo de enunciados y de predicados el no tener la capacidad expresiva suficiente para ofrecer un formalismo que, sin generarse enteramente *ad hoc*, permita obtener una herramienta útil para llevar a cabo tal estudio. Y, aun en el caso de poder llegar a ofrecer dicha formalización, *ad hoc*, desde luego no será generalizable a otras estructuras, experimentos o situaciones mecánico-cuánticas, algo especialmente preocupante para las situaciones de aplicación computacional en la computación contrafáctica.<sup>20</sup>

---

<sup>20</sup> Mitchison y Jozsa (2001).

Queda ahora pendiente, por tanto, estudiar en mayor profundidad estos límites, así como evaluar si otros cálculos (especialmente modales o cuánticos)<sup>21</sup> pudieran lograr ofrecer una semántica capaz de reconstruir formalmente el detector de bombas cuántico de Elitzur y Vaidman como un caso particular de manera generalizable, al igual que evaluar qué consecuencias filosóficas (especialmente ontológicas) implicarían. Una herramienta formal prometedora es, sin duda, la conocida como nueva *lógica cuántica*,<sup>22</sup> basada en la *interpretación de familias de historias consistentes*, que ya ha servido de base para modelizar interferómetros Mach-Zehnder y que Fernández Cuesta (2023) ya ha señalado como formalismo adecuado para incorporar un análisis basado en la utilización (algebraica) de operadores modales estándar.

## REFERENCIAS

- Bacciagaluppi, Guido. “*Is Logic Empirical?*” *PhilSci-Archive* [preprint] (2007): 1-41. <<http://philsci-archive.pitt.edu/3380>>
- Birkhoff, Garrett., y Von Neumann, John. “The Logic of Quantum Mechanics”. *Annals of Mathematics Second Series* 37.4, 1936. 823-843. <<https://doi.org/10.2307/1968621>>
- Dalla Chiara, María L., y Giuntini, Roberto. “Quantum Logics”. *Handbook of Philosophical Logic*. Eds. Gabbay, Dov M. y Guentner, F. Dordrecht: Springer, 2002. 1-29. <[https://doi.org/10.1007/978-94-017-0460-1\\_2](https://doi.org/10.1007/978-94-017-0460-1_2)>
- Delgado Pineda, M y Muñoz Bouzo, M. J. *Lenguaje matemático. Conjuntos y números* 2da. Ed. Madrid: UNED, 2020.

---

<sup>21</sup> Sobre todo, cuando se han desarrollado proyectos de traducción de lógicas *lógico-cuánticas* a modales sobre semánticas de Kripke: Dalla Chiara y Giuntini (2002).

<sup>22</sup> Griffiths (2014).

- Elitzur Avshalom., & Vaidman Lev. “Quantum Mechanical Interaction-Free Measurements”. *Foundations of Physics* 23.7 (1993): 987-997. <<https://doi.org/10.1007/bf00736012>>
- Everett, H. “‘Relative State’ Formulation of Quantum Mechanics”. *Reviews of Modern Physics* 29.3 (1957): 454-462. <<https://doi.org/10.1103/revmodphys.29.454>>
- Fernández Cuesta, José A. “Lógica modal megárico-estoica: posibilidad y necesidad como operadores aléticos”. *HUMAN REVIEW. International Humanities Review* 10.1 (2021): 261-270. <<https://doi.org/10.37467/gka-revhuman.v.2841>>
- \_\_\_\_\_. “La interpretación modal de la mecánica cuántica. De la lógica cuántica al problema de la medida”. *Revista de la Sociedad de Lógica, Metodología y Filosofía de la Ciencia en España* [en imprenta] (2023).
- Gherab Martín, K. y Sánchez Ovcharov, Carmen. “Conociendo el efecto Zenón cuántico en experimentos contrafácticos: una aproximación filosófica”. *Ontology Studies* 10 (2010): 115-130. <<https://raco.cat/index.php/Ontology/article/view/245079>>
- Griffiths, Robert. “The New Quantum Logic”. *Foundations of Physics* 44.6 (2014): 610-640. <<https://doi.org/10.1007/s10701-014-9802-4>>
- Grynberg Gilbert., Aspect Alain., y Fabre, Claude. *Introduction to Quantum Optics: from the Semi-classical Approach to Quantized Light*. Cambridge University Press, 2010. <<https://doi.org/10.1017/cbo9780511778261>>
- Kwiat P., et ál. “Interaction Free Measurement”. *Physical Review Letters* 74 (1998): 4673-4766.
- Lewis, David K. *Counterfactuals*. Massachusetts: Blackwell Publishers, 1973. <<https://www.doi.org/10.2307/2273738>>
- Méndez, José M., y Robles, Gemma. “Lógica de la relevancia”. *Filosofía de la Lógica*. Coord. Frápolli, María J. Madrid: Tecnos, 2007.
- Mitchison, Graeme., y Jozsa, Richard. “Counterfactual Computation”. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 457.2009 (2001): 1175-1193. <<https://doi.org/10.1098/rspa.2000.0714>>

- Prior, A. N. “The Runabout Inference-Ticket”. *Analysis* 21.2 (1960): 38-39. <<https://doi.org/10.1093/analys/21.2.38>>
- Priest, Graham. *An Introduction to Non-classical Logic*. Cambridge University Press, 2008. <<https://doi.org/10.1017/CBO9780511801174>>
- Putnam, H. (1969). “Is Logic Empirical? *Boston Studies in the Philosophy of Science*. Eds. Cohen, R. y Wartofsky, M. (vol. 5, pp. 216-241)”. Reidel. Reimpreso como: *The Logic of Quantum Mechanics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1984. <<https://doi.org/10.1017/CBO9781107340725.004>>
- Sánchez Ovcharov, Carmen. “Lectura filosófica de la constitución histórica del principio de complementariedad”. *Revista Internacional de Ciencias Humanas* 7.1 (2018): 33-38. <<https://doi.org/10.37467/gka-revhuman.v7.1849>>
- Vaidman, Lev. “On the Realization of Interaction-free Measurements”. *Quantum Optics: Journal of the European Optical Society Part B* 6.3 (1994): 119-124. <<https://doi.org/10.1088/0954-8998/6/3/002>>
- \_\_\_\_\_. “On Schizophrenic Experiences of the Neutron or Why we Should Believe in the Many-worlds Interpretation of Quantum Theory”. *International Studies in the Philosophy of Science* 12.3 (1998): 245-261. <<https://doi.org/10.1080/02698599808573600>>
- \_\_\_\_\_. *Discussion: Byrne and Hall on Everett and Chalmers*, 2000. ArXiv: 0001057. <<https://doi.org/10.48550/arXiv.quant-ph/0001057>>
- \_\_\_\_\_. *Probability and the Many-Worlds Interpretation of Quantum Theory*, 2001. ArXiv: 0111072. <<https://doi.org/10.48550/arXiv.quant-ph/0111072>>
- \_\_\_\_\_. *The meaning of the Interaction-Free Measurements*. Foundations of Physics 33.3, 2003. <<https://doi.org/10.48550/arXiv.quant-ph/0103081>>
- \_\_\_\_\_. “Interaction-Free Measurements (Elitzur—Vaidman, EV IFM)”. *Compendium of Quantum Physics*. Eds. D. Greenberger, K. Hentschel y F. Berlin: Weinert Springer, 2009. 317-322. <[https://doi.org/10.1007/978-3-540-70626-7\\_98](https://doi.org/10.1007/978-3-540-70626-7_98)>
- \_\_\_\_\_. “Counterfactuals in Quantum Mechanics”. *Compendium of Quantum Physics* (2018): 132–136. <[https://doi.org/10.1007/978-3-540-70626-7\\_40](https://doi.org/10.1007/978-3-540-70626-7_40)>



- \_\_\_\_\_. Analysis of counterfactuality of counterfactual communication protocols. *Physical Review A*, 99 (2019a).
- \_\_\_\_\_. “Ontology of the Wave Function and the Many-worlds Interpretation”. *Quantum Worlds: Perspectives on the Ontology of Quantum Mechanics*. Eds. Lombardi Olimpia, Fortin Sebastian, López Cristian & Federico Holik. Cambridge: Cambridge University Press, 2019b. 93-106. <<https://doi.org/10.1017/9781108562218.007>>
- \_\_\_\_\_. “Many-Worlds Interpretation of Quantum Mechanics”. *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Fall 2021 Edition). Ed. Edward N. Zalta. 2021.
- Wilson, Alastair. *The Nature of Contingency: Quantum Physics and Modal Realism*. Oxford University Press, 2020. <<https://doi.org/10.1093/oso/9780198846215.001.0001>>
- Wittgenstein, Ludwig. *Tractatus Logico-Philosophicus*. Nueva York: Harcourt, Brace & co., 2021.